

## 研削加工に現れた一葉双曲面と数学教育

梅野善雄 吉田武司  
(一関工業高等専門学校)

## Hyperboloid of One Sheet Appearing in Cutting Technology and the Teaching of Mathematics

Yoshio Umeno Takeshi Yoshida  
(Ichinoseki National College of Technology)

In engineering subjects in a college of technology, we need mathematics, in some cases extensively, to analyze the problems. Mathematics is taught systematically according to its own curriculum in a mathematics class, and a wide range of exercises which contain extensive contents of mathematics are rarely done, so that the students are perplexed by the extensive use of mathematics in engineering subjects. As one method to avoid such difficulties, we think it is necessary to teaching mathematics systematically, in addition to teaching it with the contents of engineering subjects.

In this paper, we introduce some teaching materials derived from cutting technology, which can be easily understood by third-year students in a college of technology. Various mathematics are used in the material, and the hyperboloid of one sheet is mainly treated. If we can teach this material in a mathematics class, we will be able to show how effectively mathematics is used in engineering. And this will be valuable to mathematics problem-solving.

**key words** : hyperboloid of one sheet, cutting technology, teaching of mathematics

### 1 はじめに

高専の数学教育は、工学系の基礎科目としての位置付けから微積分重視の内容になっている。いろいろな平面図形の性質は低学年で学ぶが、楕円や双曲線などはそれ以降の授業内容での出現頻度が低いこともあって、必ずしもそれらの性質が学生に定着しているとは言い難い。

空間図形の場合はなおさらで、直線・平面・球以外の図形は数学の授業でも軽く触れられる程度で終わることが多く、放物面や双曲面などの概形や式との対応関係になると、学生の認識度は極めて低い状況にあるのが現状であろう。

数学教育の中で図形の問題を考えることは、単

に図形に対する理解を深めるというばかりではなく色々な意味合いがある。例えば、複数の図形の交点や交線を求めることは方程式の問題である。図形をある関数のグラフと捉えるとそれは関数の問題であり、図形で囲まれた部分の面積や周囲の曲線の接線を求めることは微分・積分の問題となる。このように、図形の問題はそれまでの学習内容を総動員したさまざまな見方が可能であり、既習の学習内容の総復習の場を提供するものとしても捉えることができる。

最近の学生は、そのとき学んでいることが「一体、将来何の役に立つのか」ということを非常に気にする傾向にある。高専で学ぶ数学は在学中の専門科目で駆使されるので、実際の専門科目で数学がどのように使われているかを示しながら授業

することができれば、学生の学習意欲を高める上でも望ましいことではないかと思われる。

このことは、図形と関連した専門科目の内容で、その学年までの既習の学習内容で分析可能な題材を見出すことができれば、最も効果的な教材となりうる可能性があることを示唆している。

我々は、機械工学における切削機構の話題から、高専3年前期までの学習内容でも十分理解可能な数学教材を見出したが<sup>1)</sup>、その教材は空間図形を中心とした総合演習の場として捉えることもできる。

この論文は、以上のような観点から、専門科目の題材を数学の教材に取り入れる際の一つの方向性を示そうとするものである。

## 2 問題の概要

機械工作法の一分野に研削加工がある。生産現場では汎用的な加工法であり、本校の工作実習教育にも組み込まれている。

研削加工では、優れた仕上げ面を得ることを目的としているが、仕上げ面生成機構は極めて複雑である。研削仕上げ面は、砥石を構成する多数の砥粒切れ刃による研削作業の集積であり、この切削作用を解明するためには、単粒による切削試験が必要になる。そこで、円錐や角錐形状の模型砥粒を用いた引っ掻き試験や円弧切削試験が盛んに行われている<sup>2-4)</sup>。

第2著者も、正四角錐形状ダイヤモンド単粒を用いて、構造用セラミックスの単粒研削試験を行い、切削溝両縁に生成される盛り上がりや弾性回復現象を調査研究している。ところで、単粒試験によって生成される切削溝の形状は、ほぼ単粒の形状通りに生成されると見なされており、幾何学的溝形状についてはいまだ明らかにされていない。この論文は、このような切削溝生成機構の話題から見いだされたものである。

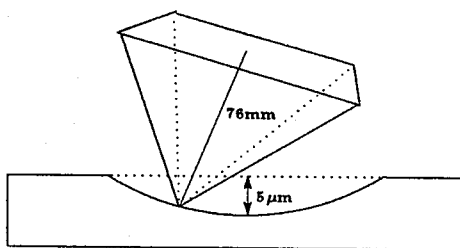


図1 切削の様子

単粒研削試験では、単粒の切削状態を実際の平面研削に類似なものにするため、円板に単粒を固定し、砥石軸に垂直な方向に被切削板を送る方式で切削溝を生成する。単粒は、一つの錐面がすくい面になるような対面角 $150^\circ$ の正四角錐状に成形してある。実験条件は、単粒先端の回転円の直径が $152\text{mm}$ 、研削速度は $V=1500\text{m}/\text{min}$ 、テーブル速度は $v=50\text{mm}/\text{min}$ 、そして半径切込み量は $5\mu\text{m}$ 前後である。問題は、この切削で生成される溝の形状について考えるものである。

以下では、簡単のため高さ $76\text{mm}$ の正四角錐が回転しているとみて、被切削板を固定して切削したときにできる溝の形状について考える。この切削に要する回転角を $2\theta$ とすると、

$$\cos \theta = \frac{76 - 0.005}{76} = 0.999934$$

であるから、 $\theta = 0.0115 = 0.657^\circ$  という極めて微細な角の回転で切削が行われることになる。ここでは、この切削で生成される溝の表面を空間の曲面として捉え、その溝の形状を検討することが既習の学習内容を用いた総合演習の場となりうることを示したい。

## 3 正四角錐とその回転

### 3.1 正四角錐

一辺の長さが $2k$ の正方形 $ABCD$ を底面とし、頂点 $P$ から底面に下ろした垂線の足がこの正方形の対角線の交点 $O$ であるような正四角錐 $P-ABCD$ を考える(図2)。高さを $r$ とし、正方形 $ABCD$ の各辺の中点をそれぞれ $E, F, G, H$ 、 $\angle OPE = \omega$ とする。 $OE = k$ であるから $r = k \cot \omega$ である。以下では、角 $\omega$ を固定して $\cot \omega = a$ とおく。 $a = r/k$ である。

この四角錐に対して、点 $O$ を原点とし、 $OE, OF, OP$ を $x$ 軸、 $y$ 軸、 $z$ 軸の正の方向とするように直交座標を定める。この四角錐が $y$ 軸を中心軸として回転することによる切削は、実際には図2の $\triangle PQR$ が $\triangle PAB$ から $\triangle PDC$ まで連続的に移行することにより行われる。 $\triangle PQR$ と $x$ 軸との交点を $S(t, 0, 0)$ とすると、点 $Q, R$ の座標はそれぞれ $Q(t, -k, 0), R(t, k, 0)$ である。

この四角錐の回転でできる溝の形状を考えることは、この四角錐が回転してできる回転体の形状を考えることと同一であり、深さ $d$ の切削がなされるとすれば、それは被切削板を平面

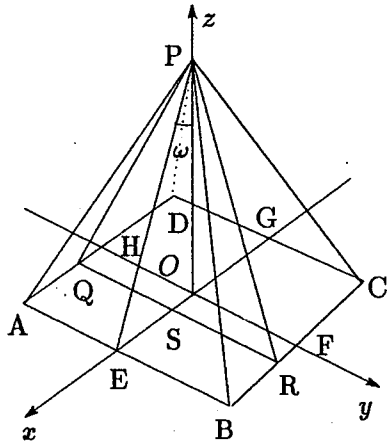


図2 正四角錐

$z = r - d$  とみなしてその交線をみればよいことになる。

### 3. 2 正四角錐の方程式

初めに、この正四角錐の方程式について考える。底面の正方形 ABCD は、頂点が  $x$  軸と  $y$  軸の上であり一辺の長さが  $2k$  の正方形

$$|x| + |y| = \sqrt{2}k$$

を、原点を中心に  $45^\circ$  回転したものとみることが出来るから、その方程式は、

$$|x+y| + |x-y| = 2k \quad (1)$$

と表される。

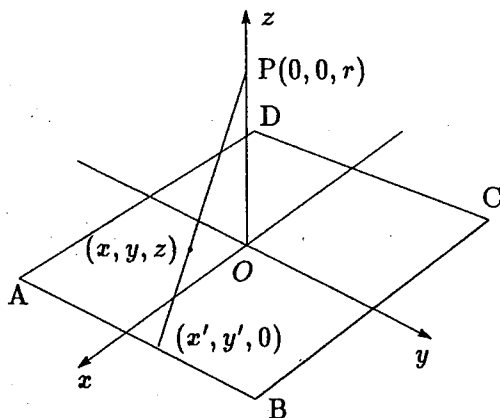


図3 四角錐の母線

図2の四角錐 P-ABCD は、頂点を  $P(0, 0, r)$ 、導線を正方形 ABCD とする錐面とみることが出来る。頂点  $P(0, 0, r)$  と正方形 ABCD 上の点  $(x', y', 0)$  を結ぶ母線上の点を  $(x, y, z)$  とすると、この母線の方程式は、

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z-r}{-r}$$

である。これより、

$$x' = -\frac{rx}{z-r}, \quad y' = -\frac{ry}{z-r}$$

となる。点  $(x', y', 0)$  は式(1)を満たすので、

$$\left| \frac{-r(x+y)}{z-r} \right| + \left| \frac{-r(x-y)}{z-r} \right| = 2k$$

が成立する。 $a = r/k$  であることに注意すると、この錐面の方程式は、

$$a|x+y| + a|x-y| = 2|z-r|$$

と表される。 $z \leq r$  の部分を考えて、正四角錐 P-ABCD の方程式は次式で与えられる：

$$z = r - \frac{a}{2}(|x+y| + |x-y|) \quad (z \geq 0)$$

### 3. 3 正四角錐の回転

次に、四角錐が  $y$  軸を中心軸として回転してできる回転体の形状について考える。実際の切削では溝は図2の  $\triangle PAB$  と  $\triangle PDC$  で生成されるので<sup>1)</sup>、直線 PB, PC の回転を考えれば十分である。

直線 PR の方程式は、点 R の座標が  $(t, k, 0)$  であるから、

$$\frac{x}{t} = \frac{y}{k} = \frac{z-r}{-r} \quad (2)$$

と表される。 $y$  軸を中心軸とする回転では、

$$x \rightarrow x \cos \theta - z \sin \theta, \quad z \rightarrow x \sin \theta + z \cos \theta$$

と置き換えればよいから、式(2)は

$$\frac{x \cos \theta - z \sin \theta}{t} = \frac{y}{k} = \frac{x \sin \theta + z \cos \theta - r}{-r} \quad (3)$$

となる。

この値を  $u$  とおくと、

$$\begin{cases} x \cos \theta - z \sin \theta = tu \\ y = ku \\ x \sin \theta + z \cos \theta = r - ru \end{cases}$$

である。これを  $x, z$  について解くと、

$$\begin{cases} x = r \sin \theta + u(t \cos \theta - r \sin \theta) \\ y = ku \\ z = r \cos \theta - u(t \sin \theta + r \cos \theta) \end{cases}$$

である。これが、直線 PR が回転してできる回転体の  $u, \theta$  を媒介変数とする方程式である。この式を  $\sin \theta, \cos \theta$  について解いて、 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  に代入すると変数  $\theta$  が消去

され,

$$x^2+z^2 = u^2t^2+(1-u)^2r^2$$

となる。 $u = y/k$  を代入すると変数  $u$  も消去されて,

$$x^2+z^2 = \left(\frac{t}{k}\right)^2y^2+\left(r-\frac{r}{k}y\right)^2$$

である。実際の溝は  $t = \pm k$  のときに生成され、 $r/k = a$  であることより,

$$x^2+z^2 = y^2+(r-ay)^2 \quad (y \geq 0) \quad (4)$$

となる。 $t = \pm k$  で同一の式が得られるから、直線 PB, PC が回転してできる回転体は同一の曲面である。同様に、 $t = \pm k$  のときに直線 PQ の回転を考えることにより,

$$x^2+z^2 = y^2+(r+ay)^2 \quad (y < 0)$$

が得られる。これらは、いずれも一葉双曲面である。

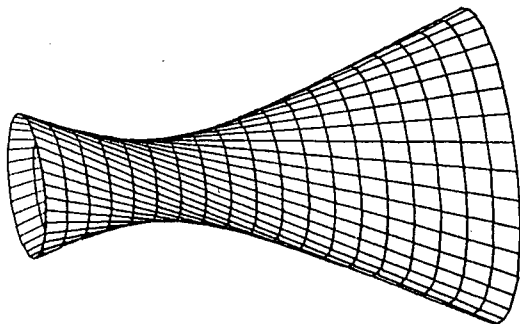


図4 一葉双曲面

## 4 溝の形状

### 4.1 溝の曲線の方程式

この切削で深さ  $d$  の溝が刻まれるとき、板上にできる溝の曲線について考える。 $y > 0$  の部分の曲線は、式(4)と平面  $z = r-d$  との交線として求められるから、その曲線の方程式は、

$$x^2+(r-d)^2 = y^2+(r-ay)^2 \quad (5)$$

である。ここで、

$$A^2 = (a^2+1)(r-d)^2 - r^2 \quad (A > 0) \quad (6)$$

とおいて、式(5)を変形すると、

$$\frac{x^2}{a^2+1} - \left(y - \frac{ar}{a^2+1}\right)^2 = -\left(\frac{A}{a^2+1}\right)^2$$

となる。つまり、被切削板上にできる溝の曲線は双曲線の下半分である。

次に、この曲線の近似曲線を求める。式(5)を  $y$  について解くと、溝の曲線は、

$$y = \frac{1}{a^2+1} \left\{ ar - \sqrt{(a^2+1)x^2 + A^2} \right\} \quad (7)$$

である。

実際の切削は、 $r=76$ ,  $d=0.005$ ,  $\omega=75^\circ$  のときに行われる。 $x$  は十分小であるので、二項定理で展開すると、

$$\begin{aligned} y &\doteq \frac{1}{a^2+1} \left\{ ar - A \left( 1 + \frac{a^2+1}{2A^2} x^2 \right) \right\} \\ &= \frac{ar-A}{a^2+1} - \frac{x^2}{2A} \end{aligned} \quad (8)$$

となり、式(7)は放物線で近似される。

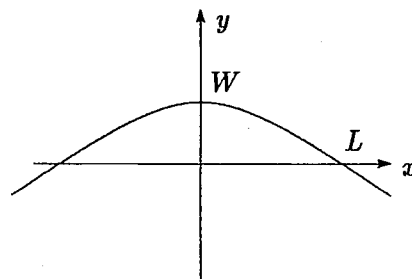


図5 被切削板上の溝の曲線 ( $y > 0$ )

### 4.2 溝の長さと最大幅

図5において溝の長さを  $2L$  とすると、それは双曲線(5)と  $x$  軸との交点から求められ、

$$L = \sqrt{(2r-d)d}$$

である。

溝の最大幅を  $2W$  とすると、それは  $y$  軸との交点をみればよいから式(7)より、

$$W = \frac{ar-A}{a^2+1} \quad (9)$$

となる。溝幅が最大になる四角錐の回転角  $\theta$  は、

$$\sin(\theta+\omega) = \frac{r}{(r-d)\sqrt{a^2+1}} \quad (10)$$

のときであり、そのときの最大幅は、

$$\frac{\sin \omega}{\cos(\omega+\theta)} \{ -(r-d) + r \cos \theta \} \quad (11)$$

である<sup>1)</sup>。この値が式(9)と一致することは、次のようにして分かる。

まず、式(10)より  $\cos(\omega+\theta)$  を求めると、

$$\begin{aligned} \cos(\omega+\theta) &= \sqrt{1 - \sin^2(\omega+\theta)} \\ &= \frac{A}{(r-d)\sqrt{a^2+1}} \end{aligned} \quad (12)$$

となる。 $\cot \omega = a$  より、 $\tan \omega = 1/a$  である

から、

$$\sin \omega = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}, \quad \cos \omega = \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} \quad (13)$$

である。式(10), (12)を加法定理で展開して式(13)を代入すると、

$$\begin{cases} \cos \theta + a \sin \theta = \frac{r}{r-d} \\ a \cos \theta - \sin \theta = \frac{A}{r-d} \end{cases}$$

となる。これを解いて、

$$\cos \theta = \frac{r+aA}{(r-d)(a^2+1)} \quad (14)$$

が得られる。

式(12), (13), (14)を式(11)に代入して、式(11)は(9)と同一の式であることが分かる。

## 5 溝の面積と体積

### 5.1 溝の面積

被切削板にできる溝の面積は、双曲線(7)と  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を2倍すればよい。

その面積を近似曲線(8)で計算する。式(8)と  $x$  軸との交点の  $x$  座標 ( $x > 0$ ) を  $L'$  とすると、

$$L' = \sqrt{\frac{2A(ar-A)}{a^2+1}}$$

であるから、溝の面積を  $S$  とすると、

$$\begin{aligned} \frac{S}{4} &\doteq \int_0^{L'} \left( \frac{ar-A}{a^2+1} - \frac{x^2}{2A} \right) dx \\ &= \frac{ar-A}{a^2+1} L' - \frac{L'^3}{6A} \end{aligned}$$

である。これに  $L'$  の値を代入すると、面積の近似値として、

$$S \doteq \frac{4}{3} \left\{ \frac{2(ar-A)}{a^2+1} \right\}^{\frac{3}{2}} \sqrt{A} \quad (15)$$

が得られる。

### 5.2 溝の体積

四角錐が一回転するとどれだけの体積が切削されるかを知ることは、研削加工の立場から見ても重要である。一葉双曲面(4)と平面  $z = t$  との断面面積  $S(t)$  を積分することにより、それを求めてみよう。

一葉双曲面(4)と平面  $z = t$  との交線の方程式は、

$$x^2 + t^2 = y^2 + (r-ay)^2$$

である。これは、式(5)において  $(r-d)$  を  $t$  で

置き換えただけなので式(6)にならい、

$$u^2(t) = (a^2+1)t^2 - r^2 \quad (u(t) > 0)$$

とおくと、交線の曲線は式(8)と同様にして、

$$y \doteq \frac{ar-u}{a^2+1} - \frac{x^2}{2u}$$

と近似できる。これを  $x$  について積分すれば、

$$S(t) \doteq \frac{4}{3} \left\{ \frac{2(ar-u)}{a^2+1} \right\}^{\frac{3}{2}} \sqrt{u}$$

が得られる。この積分を実際に計算するのは現実的とは思われないので数値積分により計算すると、溝の体積  $V$  は

$$V \doteq \int_{r-d}^r S(t) dt = 8.67 \times 10^{-5}$$

となる。数値は、 $r=76$ ,  $d=0.005$ ,  $\omega=75^\circ$  のときに計算したものである。

## 6 正四角錐と面積

溝は、この四角錐が被切削板をえぐり取ることにより行なわれる。そのとき、四角錐は被切削板との接触で圧力を受ける。その圧力の程度を知るには、四角錐と被切削板とが接する面積を知ることが重要である。

### 6.1 四角錐の断面積

まず、四角錐と被切削板との交線で囲まれた図形の面積を求める。四角錐が角  $\theta$  だけ回転して板を切削中のとき、四角錐と被切削板との交点をそれぞれ  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  とする(図6)。

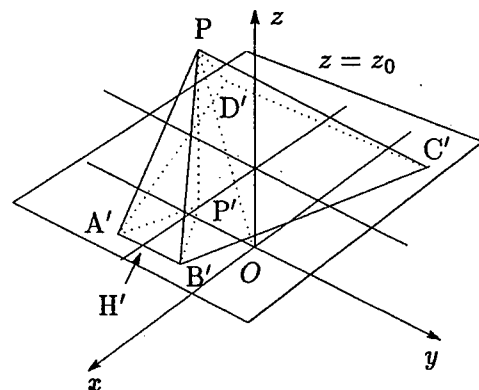


図6 平面  $z = z_0$  と四角錐との交線

それらの点の座標は、図2の直線  $PQ$ ,  $PR$  の方程式を  $z = r-d$ ,  $t = \pm k$ , のときに  $x, y$  の連立方程式として解くことにより求められる。

その座標は、平面  $z = z_0$  ( $z_0 = r-d$ ) 上の点と

して,

$$A' \left( \frac{r + (a \sin \theta - \cos \theta)z_0}{a \cos \theta + \sin \theta}, \frac{-(r \cos \theta - z_0)}{a \cos \theta + \sin \theta} \right)$$

$$B' \left( \frac{r + (a \sin \theta - \cos \theta)z_0}{a \cos \theta + \sin \theta}, \frac{r \cos \theta - z_0}{a \cos \theta + \sin \theta} \right)$$

$$C' \left( \frac{-r + (a \sin \theta + \cos \theta)z_0}{a \cos \theta - \sin \theta}, \frac{r \cos \theta - z_0}{a \cos \theta - \sin \theta} \right)$$

$$D' \left( \frac{-r + (a \sin \theta + \cos \theta)z_0}{a \cos \theta - \sin \theta}, \frac{-(r \cos \theta - z_0)}{a \cos \theta - \sin \theta} \right)$$

である。ただし、 $a = r/k$  であることを用いた。  
この図形は台形である。その上底と下底は、

$$\begin{cases} A'B' = \frac{2(r \cos \theta - z_0)}{a \cos \theta + \sin \theta} \\ C'D' = \frac{2(r \cos \theta - z_0)}{a \cos \theta - \sin \theta} \end{cases}$$

となり、分子は同じ式である。

切削は微細な  $\theta$  に対して行なわれるので、 $\theta < 0$  のときは  $A'B' > C'D'$ 、 $\theta > 0$  のときは  $A'B' < C'D'$  であることが分かる。

これは、切削が  $\theta < 0$  のときは  $\triangle PAB$  で、 $\theta > 0$  のときは  $\triangle PDC$  の回転により行なわれることを意味している(図7)。

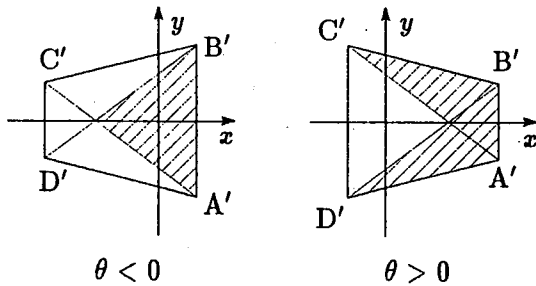


図7 回転角と四角錐断面の形状

台形の高さは、

$$\frac{2a(r \cos \theta - z_0)}{a^2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

となるので、台形の面積  $S$  は次式で与えられる：

$$S = \frac{4a^2(r \cos \theta - z_0)^2 \cos \theta}{(a^2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2} \quad (16)$$

## 6. 2 被切削板との接触面積

図2の四角錐  $P-ABCD$  において被切削板に接しているのは、 $\theta < 0$  のときは  $\triangle PAB$ 、 $\theta > 0$  のときは  $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、そして  $\triangle PAD$  の部分である。

平面  $z = z_0$  との交点の座標をもとにそれらの

面積を求めることは可能であるが、その計算は学生にとってはかなり複雑であるので、ここではそれらを平面  $z = z_0$  に正射影して得られる図形の面積について考える(図7)。

四角錐が角  $\theta$  だけ回転したとき、平面  $y = 0$  による断面(図8)を考える。 $\triangle PA'B'$  を平面  $z = z_0$  に正射影した三角形を  $\triangle P'A'H'$  とすると、その高さは  $P'H'$  である。

$\angle H'PP' = \omega - \theta$  であり、 $PP' = r \cos \theta - z_0$  であるから、

$$P'H' = (r \cos \theta - z_0) \tan(\omega - \theta)$$

となる。

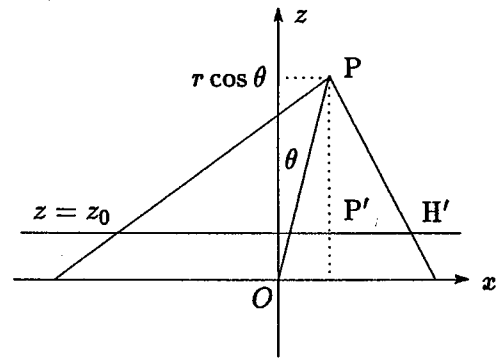


図8 平面  $y = 0$  による四角錐の断面

式(13)を利用すると、

$$\begin{aligned} \tan(\omega - \theta) &= \frac{\sin \omega \cos \theta - \cos \omega \sin \theta}{\cos \omega \cos \theta + \sin \omega \sin \theta} \\ &= \frac{\cos \theta - a \sin \theta}{a \cos \theta + \sin \theta} \end{aligned}$$

であるから、 $\triangle P'A'B'$  の面積は、

$$\frac{(r \cos \theta - z_0)^2 (\cos \theta - a \sin \theta)}{(a \cos \theta + \sin \theta)^2} \quad (17)$$

である。同様にすると、 $\triangle P'C'D'$  の面積は、

$$\frac{(r \cos \theta - z_0)^2 (\cos \theta + a \sin \theta)}{(a \cos \theta - \sin \theta)^2} \quad (18)$$

となる。

式(16)より式(17)、(18)を差し引くことにより、側面の  $\triangle P'B'C'$  と  $\triangle P'A'D'$  の面積の和は、

$$\frac{2(r \cos \theta - z_0)^2 \cos \theta}{a^2 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta} \quad (19)$$

である。

つまり、回転する四角錐と被切削板との接触部分の面積を平面  $z = z_0$  に正射影した部分の面積は、 $\theta < 0$  のときは式(17)で与えられ、 $\theta \geq 0$  のときは式(17)と式(19)との和で与えられる。

図9は、 $r = 76$ 、 $d = 0.005$ 、 $\omega = 75^\circ$  のとき

$\theta = 0$  の前後における接触部分の面積の変化をグラフにしたものである。 $\theta = 0$  のときは側面部分の面積が不連続的に付け加えられることになり、四角錐には強い衝撃が加わることになる。

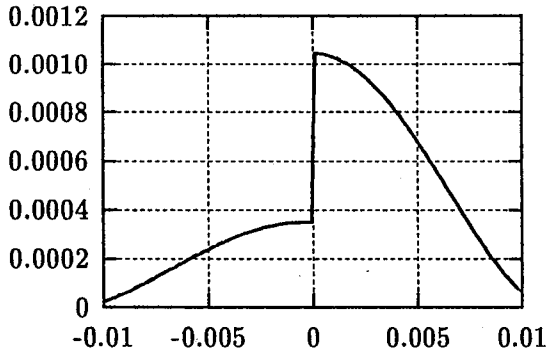


図9 正射影された接触面積の変化

## 7 工学系の専門科目と数学教育

高専における数学教育では、ややもすると個々の数学項目の教授だけに時間を取られがちである。図形は図形として、式は式として、あるいは関数は関数として教授されることが多い。単位時間に制限のある中では教授内容が多すぎ、各項目をこなすのが精一杯の現状にあるというのも事実であろう。そのため、既習の内容に対する総合演習の場がないといってよく、学生はその場しのぎの理解だけで何とか試験には間に合ってしまう。

一方、工学の専門科目においては、工学上の一つのテーマを追及する中で数学が一つの道具として駆使される。そこでは、必要とする数学の内容が数学教育の体系上どのような位置にあるかということなど、おそらく考慮されることはないであろう。その問題の解決のために必要だから使うということではかない。専門科目で使用される数学は広範囲に渡ることもあり、数学を單元ごとの内容でしか理解してこない学生にとっては、このような専門科目での総合的な数学の使い方にはとまどいを生じる場合もあろう。

高専の数学教師は、数学が専門科目で使用される場合のことも考慮しながら教授する必要がある。専門科目での使用を考えると、教える側だけの都合でそう簡単に教授内容を取捨選択はできない。それを行うには、工学系の専門科目の中で数学がどのような使用のされ方をしているかを知ることが先決である。その調査は現在続行中である

が<sup>5-7)</sup>、そこでの調査結果をみると、数学の授業での取り扱いと専門科目での使われ方との溝を埋めるために、現行の高専数学の教授内容にはまだまだ改善の余地があるように感じられる。例えば、この研削加工の題材をみても、数学の授業と専門科目で使われる数学との間には以下のような違いがみられる。

**式の計算** 数学では普遍的な計算部分を取り出して教えているが、単なる式の計算は学生には無味乾燥な計算練習としか思えず、複雑な式変形では計算意欲やその計算目的を見失う場合があるかもしれない。それに対して専門科目では、複雑な計算を行う必要があったとしても、その計算目的は明確である。

**方程式の解** 数学の教科書の問題では、方程式は複雑でもその解は簡単な形になるものが多いが、専門科目では計算ばかりではなく解自体もかなり複雑なものになることがある。数学で解が簡単な問題しかやっていると、専門科目での複雑な計算結果にとまどいを生じるおそれがある。

**空間図形** 数学では、空間図形は「ベクトルと行列」の個所で学ぶが、直線や平面以外の図形については単に方程式と図形との対応関係に触れる程度である。専門科目の本質的な場面で図形が現れた場合は、その図形を中心とする総合的な取り扱いが必要となるが、単なる式との対応関係を知っている程度では対応できないのではないかと思われる。

**関数** 数学では、関数の連続性や微分可能性について一応の説明はなされるが、そこで取り上げられる不連続や微分可能でない関数の例はその場だけの例にとどまり、ほとんどの時間は連続な関数や微分可能な関数の説明に費される。しかし、定義域により場合分けされた関数など、連続でない関数や微分可能でない関数は専門科目ではしばしば現れる。

**関数の近似** 関数のべき級数展開は、数学の授業ではなかなか学生の理解の得られにくい個所である。専門科目では、必要に応じて級数展開して低次の整関数で近似することは日常茶飯事であるが、級数についての理解が浅い場合、学生はそのような議論についていけないことになる。

**積分の計算** 数学の授業では、初等積分可能な関数に対してその積分の計算方法を学生に教授する。しかし、専門科目で現れる関数がいつも初

等積分可能とは限らない。原理的には初等積分可能であっても、実際にそれを計算することは(繁雑すぎて)現実的ではない場合もある。そのような場合にどうすべきかは数学の授業ではあまり触れられていない。

この研削加工の題材は、高専3年生でも十分理解可能な内容である。一つのテーマに向っていろいろな数学が駆使される。かなり計算力が必要なものもあり、結果もそう簡単ではないものも含まれる。数学の授業では簡単な取り扱いしかなされない空間図形がメインテーマであり、それを中心に連続でない関数までが現れてくる。

数学の授業の中で、このような専門科目の一つのまとまったテーマを取り上げることができれば、専門科目の実際場面での数学の使われ方やその威力を十分に示すことができるのではないだろうか。それは、既習の学習内容を用いた数学の総合演習の場、あるいは、時間の関係で授業では触れることのできなかつた部分についての補足説明の場としても利用できよう。そこでは、まさに「生きた数学」を学生に伝えることができるのではないかと思われる。

専門科目で数学を駆使しなければならない高専の学生には、体系的な数学を教授するばかりではなく、より実践的な数学を教授することも必要であろう。専門科目で使用されている数学にとまどいを生じさせないためにも、専門科目のテーマを題材にした数学教材の発掘が急務と思われる。しかし、そのような題材が見つけれたととしても、現行の数学の授業の中でそれを扱うのは時間的にみて難しいものがある。今後のカリキュラムの改訂にあたっては、このような数学と専門科目とが融合した内容を取り扱うことができる科目の新設も考慮することが望まれる。

## 8 おわりに

高専では、基本的には創設時とあまり変わらない内容の数学が教授されている。それは、専門科目での使用を前提とすると、現行の教授内容をそう簡単には変更できないということなのかもしれない。近年、入学生の基礎学力の低下が目立つのは、本校ばかりではないであろう。高校や大学の数学が大きく変わりつつある中で、高専も従来の教授内容を大きく見直す時期にきているのではないだ

ろうか。この小論が、そのような検討の際に何らかの参考になれば幸いである。

## 参考文献

- 1) 梅野善雄・吉田武司：切削機構からの数学教材，日本数学教育学会高専部会研究論文誌，第4巻，第1号，pp.81-90，1997
- 2) 張壁，戸倉和，吉田昌範：円錐ダイヤモンドのひっかきによるアルミナ表面のき裂の生成について，精密工学会誌，第53巻，第5号，pp.826-832，1987
- 3) ダイヤモンド砥石研究会編：ダイヤモンド砥石の選び方・使い方，日刊工業新聞社，pp.11-14
- 4) 岡村健二郎，水谷秀幸，小久保浩，田宮博道：ファインセラミックスの研削仕上げ面生成過程，精密工学会誌，第58巻，第2号，pp.301-306，1992
- 5) 佐藤義隆・他，工学系に必要とされる数学に関する調査研究1—化学系分野における数学—，日本数学教育学会高専部会研究論文誌，第3巻，第1号，pp.95-124，1996
- 6) 佐藤義隆・他，工学系に必要とされる数学に関する調査研究2—機械系分野（材料力学）における数学—，日本数学教育学会高専部会研究論文誌，第4巻，第1号，pp.99-128，1997
- 7) 梅野善雄・他，工学系に必要とされる数学に関する調査研究3—機械系分野（流体力学）における数学—，日本数学教育学会高専部会研究論文誌，第4巻，第1号，pp.129-156，1997