

切削機構からの数学教材

梅野善雄*, 吉田武司†

Teaching Material for Mathematics Deduced from Cutting Mechanism

Yoshio UMENO¹, Takeshi YOSHIDA²

Abstract: Mathematics is made full use of in technical subjects. To accelerate the learning motivation of students in technical college, it is effective to show how mathematics is used in those subjects. Though plenty of examples from applied mathematics can be found in technical subjects, mathematical examples for lower classes in technical college are rarely found. In cutting mechanism, we have found some good examples that can be taught to them, which are suggestive to design how mathematics should be taught in engineering curricula.

1 はじめに

高専低学年（1～2年）の数学は、内容的には高校数学とあまり変わらない。高校ではややもすると受験対策としての数学の学習になりやすいが、高専では在学中の専門科目で数学が駆使されるという面で、その学習意義が高校とは大きく異なる。低学年において、専門科目で数学がどのように使われているかの実例を示しながら授業を進めることができれば、学生の学習意欲を高める上でも大きな効果が期待される。しかし、専門科目での数学の使用例を探すと、応用数学での実例には事欠かないが低学年ではなかなか適当な例が見当たらないのが現状である。

最近、第2著者が研究中の切削機構の話題より、高専低学年でも十分理解可能な数学教材を得ることができた。それは、三角関数、行列、空間図形、極値計算、偏微分等、高専3年前期までの数学の内容が駆使されるものである。機械工学の問題としても分かりやすく、1・2年の数学の問題や例題として取り上げることのできるものも多く含まれている。

以下では、この問題を実際の授業で取り上げやすい形にまとめたものを報告したい。機械工学の他分野からもこのような教材を多く見いだすことができれば、機械科の学生に例題や問題の多くを機械工学の具体例で示しながら授業をすることが可能であるかもしれない。高専数学の授業のあり方を考えるにあたり、大変示唆に富む教材ではないかと思われる。

2 問題の概要

機械工作法の一分野に研削加工がある。研削加工面の粗さは研削砥石面に分布する無数の砥粒切れ刃が生成する切削溝の干渉によって構成される。この研削加工面の粗さ生成機構を解明するには、個々の砥粒切れ刃の切削挙動を明らかにしなければならない。

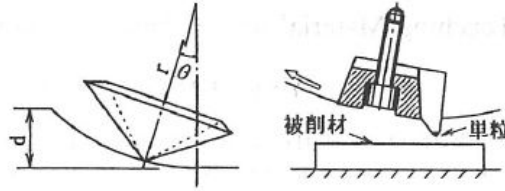
従来、この種の単粒研削試験の多くは円すい形状の模型単粒で行われてきた [1]。しかし、光学ガラスやセラミックスなどの硬ぜい性材料の研削ではダイヤモンド砥石が使用され、ダイヤモンド砥粒は8面体や12面体のブロッキー形状のものが多い [2]。第2著者は、対面角 150° に研磨した四角錐ダイヤモンド単粒による各種セラミックスの単粒研削試験を行っている。その試験では、

*一関工業高等専門学校一般教科, Dept. General Education, Ichinoseki National College of Technology

†一関工業高等専門学校機械工学科, Dept. Mechanical Engineering, Ichinoseki National College of Technology

円板外周上の一点に単粒を固定し、加工速度が 1500m/min になるように円板を回転させる。そして、砥石軸に垂直な方向に 50mm/min の低速で板状被削材を送って一本の直線的な溝を生成し、被削材の種類による溝性状の違いを調査している。

問題は、その溝の形状について考えるものである。加工条件として、砥粒切れ刃先端の回転円の直径は 152mm であり、5 μ m 前後の切り込み量が与えられる。これは、高さ 76mm の正四角錐が回



転していると思ってよい。この切削に要する角度を 2θ とすると、 $\cos \theta = (76 - 0.005)/76$ であるから、 $\theta = 0.657^\circ$ という微細な角の変化で切削が行われることになる。

以下では、簡単のため板を固定して切削するときに行える溝の角度、横幅、断面の曲線について数学的側面から検討する。

3 正四角錐

3.1 正四角錐の各面の角

簡単のため、一辺の長さが $2k$ の正方形 ABCD を底面とし、頂点 P から底面に下ろした垂線の足がこの正方形の対角線の交点 O であるような正四角錐 P-ABCD を考える。高さを r とする。正方形 ABCD の各辺の中点をそれぞれ E, F, G, H とすると、 $\triangle PEG$, $\triangle PFH$ はいずれも二等辺三角形である。

$\angle OPE = \omega$ とすると $OE = k$ より $r = k \cot \omega$ となる。つまり、この正四角錐の底面の 1 辺の長さとお面角 2ω の大きさを定めると四角錐の高さ r が定まる。

以下では角 ω を固定して考え、 $\cot \omega = a$ とおく。

例題 3.1 右図において、 $\angle APB$ と $\angle APC$ を求めよ。

解 $OP = ka$, $OA = OB = \sqrt{2}k$ より $AP = BP = k\sqrt{a^2 + 2}$ 。

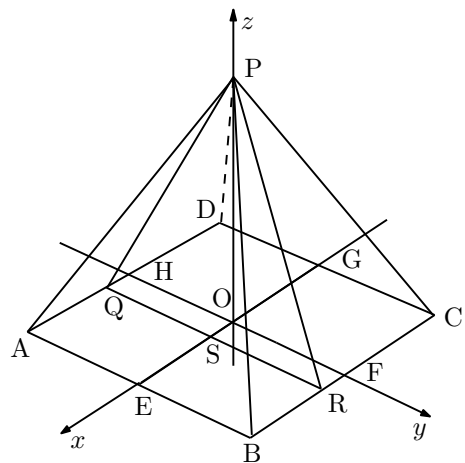
$\triangle PAB$ において、余弦定理より、

$$\cos \angle APB = \frac{AP^2 + BP^2 - AB^2}{2AP \cdot BP} = \frac{a^2}{a^2 + 2}$$

$$\therefore \angle APB = \cos^{-1} \frac{a^2}{a^2 + 2}$$

$\triangle APC$ においても同様にして、

$$\angle APC = \cos^{-1} \frac{a^2 - 2}{a^2 + 2} \quad //$$



問題 3.1 $\angle APB = 60^\circ$ のとき、 $\angle APC$ を求めよ。また、 $\sin \omega$, $\cos \omega$ の値を求めよ。

問題 3.2 $\angle APB = \theta$ ($0 < \theta < \pi/2$) とするとき、次の値を a の式で表せ。

- (1) $\tan \theta$ (2) $\cos 2\theta$ (3) $\sin^2 \frac{\theta}{2}$

3.2 切削部位の平面のなす角

この正四角錐が回転することによる切削は、実際には $\triangle PQR$ が $\triangle PAB$ から $\triangle PDC$ まで連続的に移行することにより行われる。このとき $\angle QPR$ を求めてみよう。

点 O を原点とし、 OE, OF, OP をそれぞれ x 軸、 y 軸、 z 軸の正の方向とするように直交座標を定めると、各頂点の座標はそれぞれ $A(k, -k, 0), B(k, k, 0), C(-k, k, 0), D(-k, -k, 0), P(0, 0, r)$ である。 $\triangle PQR$ と x 軸との交点を $S(t, 0, 0)$ とすると、点 Q, R の座標はそれぞれ $Q(t, -k, 0), R(t, k, 0)$ である。よって、直線 PQ, PR の方程式は、

$$\begin{cases} PQ: & \frac{x}{t} = \frac{y}{-k} = \frac{z-r}{-r} \\ PR: & \frac{x}{t} = \frac{y}{k} = \frac{z-r}{-r} \end{cases} \quad (1)$$

$$\quad (2)$$

と表される。

例題 3.2 $\angle QPR = \rho, \angle OPS = \phi$ とするとき、 $\cos \rho$ を求めよ。ただし、 $|\phi| < \pi/2$ とする。

解 直線 PQ, PR の方向ベクトルをそれぞれ \vec{u}, \vec{v} とすると、

$$\vec{u} = (t, -k, -r), \quad \vec{v} = (t, k, -r)$$

ρ はこれらのベクトルのなす角であり

$$\tan \phi = t/r, \quad 1 + \tan^2 \phi = \sec^2 \phi, \quad a = \cot \omega = r/k$$

であることに注意すると、

$$\cos \rho = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{t^2 - k^2 + r^2}{t^2 + k^2 + r^2} = \frac{\sec^2 \phi - \tan^2 \omega}{\sec^2 \phi + \tan^2 \omega} = \frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi}$$

$$\therefore \cos \rho = \frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi} \quad // \quad (3)$$

問題 3.3 ρ が式 (3) をみたすとき、 $\tan \rho$ を求めよ。

問題 3.4 次の問に答えよ。

- (1) 平面 PQR, PBC の方程式を求めよ。
- (2) この 2 つの平面の交線の方程式を求め、直線 PR の方程式 (2) と一致することを確認せよ。

問題 3.5 式 (3) を用いて次のことを証明せよ。ただし、 $a = \cot \omega$ である。

- (1) $\phi = 0$ のとき、 $\rho = 2\omega$
- (2) $\phi = \omega$ のとき、 $\cos \rho = \frac{a^2}{a^2 + 2}$

問題 3.6 式 (3) を $\cos \phi$ について解いて、 $\cos \phi = a \tan \frac{\rho}{2}$ であることを証明せよ。

例題 3.3 $|\phi| < \pi/2$ のとき, ρ の最大値を求めよ.

解

$$\cos \rho = \frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi} \quad \text{より} \quad \rho = \cos^{-1} \frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi}$$

$$\frac{d\rho}{d\phi} = -\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi}\right)^2}} \cdot \left(\frac{a^2 - \cos^2 \phi}{a^2 + \cos^2 \phi}\right)' = -\frac{2a \sin \phi}{a^2 + \cos^2 \phi}$$

$\frac{d\rho}{d\phi} = 0$ となるのは $\phi = 0$ のときなので, $|\phi| < \pi/2$ の範囲での増減表は

ϕ		0	
$\frac{d\rho}{d\phi}$	+	0	-
ρ	\nearrow	2ω	\searrow

よって, ρ は $\phi = 0$ のとき最大値 2ω をとる. //

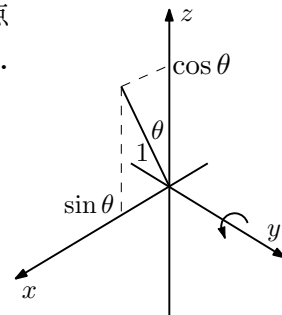
3.3 y 軸を中心軸とする回転

例題 3.4 空間座標において, y 軸を中心軸とする角 θ の回転を行列を用いて表せ.

解 y 軸を中心軸とする角 θ の回転で, 点 (x, y, z) が点 (x', y', z') に移ったとする. この回転で点 $(0, 1, 0)$ は変わらず, 点 $(0, 0, 1)$ は点 $(\sin \theta, 0, \cos \theta)$ に, 点 $(1, 0, 0)$ は点 $(\cos \theta, 0, -\sin \theta)$ に変換される. よって, この変換は

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

と表される. //



問題 3.7 空間座標において, x 軸を中心軸とする角 θ の回転を表す行列を求めよ. また, z 軸を中心軸とする場合は, どのような行列になるか.

問題 3.8 例題 3.4 の回転を表す行列は直交行列 (${}^tAA = E$) であることを示せ.

y 軸を中心軸とする回転の逆変換は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

よって, 回転前の座標 (x, y, z) と回転後の座標 (x', y', z') との関係は

$$\begin{cases} x = x' \cos \theta - z' \sin \theta \\ y = y' \\ z = x' \sin \theta + z' \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

つまり、この回転後の図形の方程式は、 x, y, z をそれぞれ $x \cos \theta - z \sin \theta, y, x \sin \theta + z \cos \theta$ で置き換えればよい。したがって、直線 PQ, PR を y 軸を中心軸として回転して得られる直線の方程式は (1),(2) より

$$\begin{cases} \text{PQ: } \frac{x \cos \theta - z \sin \theta}{t} = -\frac{y}{k} = \frac{x \sin \theta + z \cos \theta - r}{-r} \\ \text{PR: } \frac{x \cos \theta - z \sin \theta}{t} = \frac{y}{k} = \frac{x \sin \theta + z \cos \theta - r}{-r} \end{cases} \quad (5)$$

$$\quad (6)$$

4 正四角錐による切削

4.1 切削される溝断面の角度

正四角錐の回転で刻まれる溝断面の角度は、直線 (5), (6) を yz 平面に正射影してできる直線のなす角に等しい。

例題 4.1 直線 (5), (6) を yz 平面に正射影してできる直線のなす角を求めよ。

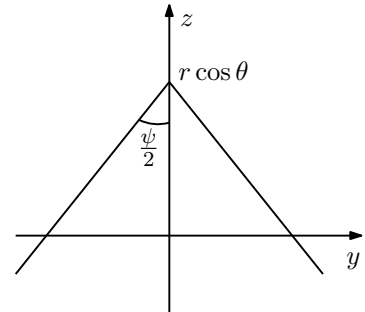
解 直線 (5) より

$$\begin{cases} -rx \cos \theta + rz \sin \theta = tx \sin \theta + tz \cos \theta - tr \\ ry = kx \sin \theta + kz \cos \theta - kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} (t \sin \theta + r \cos \theta)x + (t \cos \theta - r \sin \theta)z = tr \\ kx \sin \theta + kz \cos \theta = kr + ry \end{cases}$$

これより x を消去して

$$z = \frac{r \cos \theta + t \sin \theta}{k} y + r \cos \theta \quad (7)$$



同様にして、直線 (6) を yz 平面に正射影した直線の方程式は

$$z = -\frac{r \cos \theta + t \sin \theta}{k} y + r \cos \theta \quad (8)$$

直線 (7) (8) は z 軸に関して対象であるから、それらのなす角を ψ とすると、

$$\tan \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\psi}{2} \right) = \frac{r \cos \theta + t \sin \theta}{k}$$

$$\therefore \psi = \pi - 2 \tan^{-1} \frac{r \cos \theta + t \sin \theta}{k} \quad // \quad (9)$$

例題 4.2 角 θ ($|\theta| < \pi/2$) を固定するとき、角 ψ の最大値を与える t の値を求めよ。ただし、 $-k \leq t \leq k$ とする。

解 式(9)を t で微分して

$$\frac{d\psi}{dt} = -\frac{2k \sin \theta}{k^2 + (r \cos \theta + t \sin \theta)^2}$$

これより,

$\theta \geq 0$ のとき ψ は単調減少なので, $t = -k$ のときに ψ は最大になる.

$\theta < 0$ のとき ψ は単調増加なので, $t = k$ のときに ψ は最大になる. //

これは, 溝の断面が, $\theta < 0$ のときは $\triangle PAB$ により刻まれ, $\theta > 0$ のときは $\triangle PDC$ により刻まれることを意味する.

例題 4.3 $\theta = 0$ の近くで, $\triangle PAB$ が回転したときの角 ψ の変化を調べよ.

解 $\triangle PAB$ は $t = k$ のときであるから, 式(9)より

$$\begin{aligned} \psi &= \pi - 2 \tan^{-1} \frac{r \cos \theta + k \sin \theta}{k} \\ \therefore \frac{d\psi}{d\theta} &= \frac{2(r \sin \theta - k \cos \theta)}{1 + (r \cos \theta + k \sin \theta)^2 / k^2} \end{aligned}$$

極値を取るのは $\tan \theta = k/r$ のときであるから, $\theta = \omega$ のときである. $\theta = 0$ の近くでは $\frac{d\psi}{d\theta} < 0$ であるので, そこでは ψ は単調減少である. //

同様にすると, $\theta = 0$ の近くで $\triangle PDC$ ($t = -k$ の場合) が回転したときの角 ψ は単調増加であることが分かる. $t = k$ のとき, $\tan \omega = k/r$ であるから

$$\frac{r \cos \theta + k \sin \theta}{k} = \frac{r \cos \theta + r \tan \omega \sin \theta}{r \tan \omega} = \frac{\cos \omega \cos \theta + \sin \omega \sin \theta}{\sin \omega} = \frac{\cos(\omega - \theta)}{\sin \omega}$$

と表すこともできる. $t = -k$ のときも同様であるから, $t = \pm k$ のとき直線(7), (8) はそれぞれ

$$\begin{cases} z = \frac{\cos(\omega \mp \theta)}{\sin \omega} y + r \cos \theta & (10) \\ z = -\frac{\cos(\omega \mp \theta)}{\sin \omega} y + r \cos \theta & (11) \end{cases}$$

とも表される (複号同順).

問題 4.1 直線(7), (8) の方向ベクトルを考えることにより, それらのなす角 ψ の余弦は次式で表されることを証明せよ. ただし, $\tan \phi = t/r$ とする.

$$\cos \psi = \frac{a^2 \cos^2(\theta - \phi) - \cos^2 \phi}{a^2 \cos^2(\theta - \phi) + \cos^2 \phi}$$

4.2 切削される溝の横幅

四角錐の回転で刻まれる溝の最大深さを d とする. $\theta > 0$ のときの溝は $\triangle PDC$ により生成されるので, その横幅は直線 (11) において, $z = r - d$ のときの y の値を 2 倍すればよい.

$$r - d = -\frac{\cos(\omega + \theta)}{\sin \omega} y + r \cos \theta$$

$$\therefore y = \frac{\sin \omega}{\cos(\omega + \theta)} \{-(r - d) + r \cos \theta\} \quad (12)$$

例題 4.4 $\theta = 0$ の近くで, 溝の横幅 $2y$ の最大値を与える θ の値を求めよ.

解 $\cot \omega = a$ であるから, 加法定理で展開すると,

$$\frac{\sin \omega}{\cos(\omega + \theta)} = \frac{1}{a \cos \theta - \sin \theta} \quad (13)$$

よって, 式 (12) は

$$y = \frac{-(r - d) + r \cos \theta}{a \cos \theta - \sin \theta}$$

$$\therefore \frac{dy}{d\theta} = \frac{-a(r - d) \sin \theta - (r - d) \cos \theta + r}{(a \cos \theta - \sin \theta)^2} \quad (14)$$

ここで, 分子を $-A \sin(\theta + \alpha) + r$ の形に変形すると,

$$A = (r - d) \sqrt{a^2 + 1}, \quad \tan \alpha = 1/a = \tan \omega$$

であるから,

$$\frac{dy}{d\theta} = \frac{-(r - d) \sqrt{a^2 + 1} \sin(\theta + \omega) + r}{(a \cos \theta - \sin \theta)^2}$$

よって, 最大値を与えるのは, $\sin(\theta + \omega) = \frac{r}{(r - d) \sqrt{a^2 + 1}}$ のときである.

$$\therefore \theta = \sin^{-1} \frac{r}{(r - d) \sqrt{a^2 + 1}} - \omega \quad // \quad (15)$$

これより, 溝の最大幅は $\theta = 0$ のときに刻まれるのではないことが分かる.

$\omega = 75^\circ$, $r = 76$, $d = 0.005$ のときにこの θ を計算すると, $\theta = 2.457 \times 10^{-4} = 0.0141^\circ$ となり, 極めて微小な角である.

問題 4.2 $a = \cot \omega$ のとき, 次式を証明せよ.

$$\frac{\sin \omega}{\cos(\omega + \theta)} = \frac{1}{a \cos \theta - \sin \theta}$$

問題 4.3 実際の切削は, $\theta = 0$ の近くで行われる. 式 (14) の分子をマクローリン展開して θ に関する 3 次以上の項を無視すると, θ は次の 2 次方程式を満たすことを証明せよ.

$$\theta^2 - 2a\theta + \frac{2d}{r - d} = 0$$

次に, $\omega = 75^\circ$, $r = 76$, $d = 0.005$ のときにそれを解いて式 (15) による値と比較せよ.

4.3 切削される溝の断面

四角錐が回転してできる溝の断面の曲線について考える．溝は直線 (1), (2) が回転することにより生成される．したがって，その断面の曲線は直線 (5), (6) を yz 平面に正射影して， θ を媒介変数とする直線群 (7), (8) の包絡線として求められる．

$\theta > 0$ のとき溝の断面は $\triangle PDC$ により生成されるので，直線 (8) において， $t = -k$ のときを考えると，

$$z = -\frac{r \cos \theta - k \sin \theta}{k}y + r \cos \theta$$

これより

$$ky \sin \theta + r(k - y) \cos \theta = kz \quad (16)$$

θ で偏微分して

$$ky \cos \theta - r(k - y) \sin \theta = 0 \quad (17)$$

これを， $\sin \theta$ ， $\cos \theta$ について解いて

$$\sin \theta = \frac{k^2 y z}{k^2 y^2 + r^2 (k - y)^2}, \quad \cos \theta = \frac{kr(k - y)z}{k^2 y^2 + r^2 (k - y)^2}$$

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入して整理すると

$$k^2 z^2 = k^2 y^2 + r^2 (k - y)^2$$

$a = \cot \omega = r/k$ より

$$z^2 = y^2 + a^2 (k - y)^2 \quad (18)$$

$$\therefore \left(y - \frac{ka^2}{a^2 + 1} \right)^2 - \frac{z^2}{a^2 + 1} = -\frac{a^2 k^2}{(a^2 + 1)^2} \quad (19)$$

この双曲線の $y > 0$ ， $z > 0$ の部分が溝の断面曲線である．直線ではなく，2次曲線で表される．

実際の切削は $y = 0$ のごく近くで行われるので， y に関する高次の項を無視するとこの包絡線は y に関する簡単な放物線でも近似できる．

実際，式 (18) より，

$$z = ak \sqrt{1 - \frac{2}{k}y + \frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{1}{a^2}\right) y^2}$$

二項定理で展開すると， $a = r/k$ であることから

$$\begin{aligned} z &= ak \left[1 - \frac{1}{2} \left\{ \frac{2}{k}y - \frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{1}{a^2}\right) y^2 \right\} - \frac{1}{8} \frac{4}{k^2} y^2 + \dots \right] \\ &\doteq ak - ay + \frac{a}{2k} \left(1 + \frac{1}{a^2}\right) y^2 - \frac{a}{2k} y^2 \\ &= r - ay + \frac{y^2}{2r} \end{aligned}$$

$$\therefore z \doteq r - ay + \frac{y^2}{2r} \quad // \quad (20)$$

問題 4.4 式 (18) において, $a = \cot \omega = r/k$ であることに注意して, $y = 0$ のとき $z = \pm r$ であることを示せ.

問題 4.5 式 (7) より同様にして, $t = -k$ のときに $y < 0$ の部分の切削による断面曲線の方程式を求めよ.

5 数学教材としての意義

通常の数学の授業では, 必要な事項を教授した後はその事項を理解できたかどうかを見る基本的な問題や応用力を見る問題演習が行われる. 微積分の授業では専門科目での応用例に触れることもあるが, 低学年で使用可能な例が少ないこともあり専門科目での応用例は単発的な演習で終わることが多い. 単位時間数の制約もあり, 必要事項を教授するだけで精一杯で, 専門科目での応用例はやりたくてもやれない現状にあるのも事実であろう. 学生に専門科目で使用される数学の全体像を思い浮かばさせるには, 問題数が不充分であると言わざるを得ない.

今回得られた切削機構の話題をみると, 高専3年前期までの内容で専門科目の特定のテーマが語られていく. 例題や問題の中で使用された数学項目をまとめると, 以下の通りある.

例題や問題で使用された数学項目

基礎数学	2乗の展開公式, 分数式の計算, 繁分数の計算, 2次方程式, 連立方程式, 2次関数, 三角関数の種々の性質(基本性質, 加法定理, 合成, 半角公式, 倍角公式, 簡単な三角方程式), 2次曲線(双曲線)
ベクトルと行列	内積, 方向ベクトル, 直線の方程式, 平面の方程式, ベクトルと行列の積, 座標軸の回りの回転
微分法	(逆)三角関数を含む分数式の微分計算, 極大・極小, マクローリン展開, 二項定理, 関数近似
偏微分法	包絡線

三角関数の取り扱いに偏っている面があり積分法に関するものは現れていないが, 基礎数学から偏微分法の包絡線までの幅広い数学項目が使用されている. 数学の内容としては, 高専3年以下の学生でも十分理解可能と思われる.

ここで, 時間的な余裕があるという仮定のもとに, この話題を数学の授業で取り上げることを考えてみよう. それはまさに, それまでの教授内容の総合演習の場として十分なものがある. 専門科目の特定のテーマについてある程度まとまった展開を行うことにより, 数学が専門科目の中でどのように使用されているのか, その意義や重要性についての雰囲気や学生に伝えることができるのではないだろうか. ここでは四角錐を取り上げたが, 円錐等の他の図形の場合を発展問題として学生に課すことも考えられる.

従来の工学系数学教育では, 専門科目で使用される可能性のある数学を, 数学の体系に沿って漏れなく教授していた側面がある. そこではすべてを総合した数学力を身につけさせるというよりも, むしろ数学の辞書的な教授がなされていたと言ってもよいであろう. 学生にとっては, その場だけの理解で事足りた. そのような理解だけで実際に数学が駆使される専門科目の授業を受

けた場合には、「数学」と「専門科目における数学」の取り扱いの違いに学生がとまどうのは当然のことであろう。

今後の工学系数学教育を考えると、この論文で取り上げた教材例は非常に意義深いものがある。他の専門科目からも同様の教材例を見いだすことができれば、たとえば機械系の学生に対して、機械系専門科目の例を多く取り上げながら数学の授業を行うことが可能であるかもしれない。いろいろな専門科目からこのような話題をまとめて副読本とし、学生の自学自習に供することも考えられる。あるいは、数学の体系的な授業を行うのではなく、その学科の専門科目の特定のテーマを語る中で、そこで必要な数学を逆に教授していくことも考えられよう。そして、幾つかのテーマを積み重ねる中で、必要な数学が結果的に教授されていくという教授方法も考えられる。その場合には、「何を」「何のために学ぶのか」という学習目的が極めて明快であるだけに、この教授方法は十分検討に値すると思われる。

いずれにしろ、そのような検討を行うには、そもそも工学系の数学教育では何を重視して教授すべきかが問われなければならないだろう。工学系専門科目では数学が現実に駆使されている以上、そこで必要とされる最低限のことは当然教授しなければならない。しかし、専門科目で少しでも使用される数学をすべて教授しなければならないとすれば、従来通りの教育方法しかないであろう。専門科目で数学がどのように使用されているかの調査は現在進行中であるが[3]、それと同時に専門科目では数学に何を期待しているのかを調査することも必要であるように思われる。

6 さいごに

実際の単粒研削試験で生成される切削溝は、セラミックスの種類によって異なる。ジルコニアや窒化ケイ素では溝周辺の盛り上がり現象が起こり、炭化ケイ素やアルミナではぜい性破壊現象のために切削溝の断面積は切れ刃の面積より広い。四角錐単粒切れ刃による切削溝形状が数学的に明らかにされることは、切れ刃の転写性などの切削メカニズムおよび研削仕上げ面粗さ生成機構解明の基礎研究としての意味合いがある。

高専1学年では、研削加工を工作実習で実際に体験している。数学の授業でもその実習と関連させて説明すれば、問題の意味は学生に容易に理解されるであろう。演習問題にも興味をもって取り組むことができるのではないかと思われる。

本論文では被切削材を固定して考えたが、それを低速に送って生成される直線的な溝の数学的側面からの検討は今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 張璧, 戸倉和, 吉田昌範: 円錐ダイヤモンドのひっかきによるアルミナ表面のき裂の生成について, 精密工学会誌, 第53巻, 第5号, 1987, pp.826-832
- [2] ダイヤモンド砥石研究会編: ダイヤモンド砥石の選び方・使い方, 日刊工業新聞社, pp.11-14
- [3] 佐藤義隆・他: 工学系に必要とされる数学に関する調査研究 1—化学系分野における数学—, 日本数学教育学会高専部会研究論文誌, 第3巻, 第1号, 1996, pp.95-124