

工学教育における数式処理電卓の利用例 —実データの収集と解析—

梅野 善雄 (一関高専)

1 はじめに

最近のグラフ電卓には数式処理機能を持つものがあり、その機能はかなり高度である。それは、ラプラス変換やベクトル解析の計算を行い、2階線形微分方程式の解析解まで求めることができる。曲面の描画機能もあるので、たとえば、熱伝導方程式の解曲面を描画させることもできる。

著者は、数式処理電卓を高専の1・2年の数学教育で利用したが、6割前後の学生が「数学の理解が深められる」と回答するなど、学生には驚くほどの効果を与えている¹⁾。この電卓は、センサーを通した実データの収集や、そのデータに対する統計解析も可能である。多数のセンサーが利用可能なので、工学教育で利用すれば大きな効果が期待される。

そこで、以下では、数式処理電卓とデータ収集器を利用したデータ収集の概要を述べ、工学教育で利用する場合の想定例や予想される教育効果について述べたい。

2 数式処理電卓とデータ収集器

ここで利用する数式処理電卓は、テキサスインスツルメント社の TI-89 である。多機能関数電卓と同程度の大きさであるが、パソコン用の数式処理ソフトとして実績のある Derive²⁾ が組み込まれており、方程式の解法等の代数計算のみならず、高度な微積分計算が可能である。微分方程式の解析解まで求めることができ、その位相平面図まで描画する。詳細は販売代理店の HP³⁾ を参照されたい。

この電卓のオプション機器として、データ収集

器 (CBL, Calculator-Based Laboratory) が用意されている。それを TI-89 と接続すれば、CBL に各種のセンサーを接続しているいろいろな実データを簡単に収集できる。最新型の CBL 2 はより利便性が向上し、TI-89 と一体化させて利用できる。また、従来は各種のセンサーごとに用意されていたデータ収集用プログラムがある程度共通化され、プログラムの知識がなくとも、データ収集のタイミングを簡単に変更できるようになっている。

CBL 2 は、最大 50,000 個/秒の速度でデータを収集できる。電卓と接続しているときは、データは電卓側に自動的に送信されるが、CBL 2 単体でもデータを収集できる。4 個の接続用チャンネルがあり、3 個はセンサー用のアナログチャンネル、1 個は音波・双方向のデジタルチャンネルである。複数のチャンネルを使って、異なるデータを同時に収集することもできる。次頁にあるように、多数のセンサーが使用できる⁴⁾。

3 CBL 2 によるデータ収集例

温度センサーを例にとり、ニュートンの冷却の法則について考える。周知のように、物体の温度を θ 、周囲の温度を θ_0 、そして時間を t で表すと、ニュートンの冷却の法則は、

$$(1) \quad \frac{d\theta}{dt} = -k(\theta - \theta_0) \quad (k > 0)$$

という微分方程式で表される。簡単な微分方程式の応用例として取り上げられるが、この法則を実際実験することはあまり多くはないと思

表 1: 使用できるセンサー

距離センサー	圧力センサー	音センサー
熱電対温度センサー	デジタルコントロールユニット	色センサー
2 レンジカセンサー	伝導率センサー	力センサー
イオン分離電極	イオン分離電極増幅器	流率センサー
磁界センサー	計測器電圧増幅器	水の濁りセンサー
低-g 加速度計	25-g 加速度計	加速度センサー
CO ₂ センサー	O ₂ センサー	pH システム
電流・電圧センサーシステム	フォトゲート	ステンレス製温度センサー
相対湿度センサー	溶解酸素センサー	生物圧力センサー
空気圧センサー	呼吸圧センサー	呼吸モニターベルト
心電図センサー	運動心拍数	気圧計
直付け温度センサー	温度センサー (超長形)	放射能モニター



図 1 CBL との接続

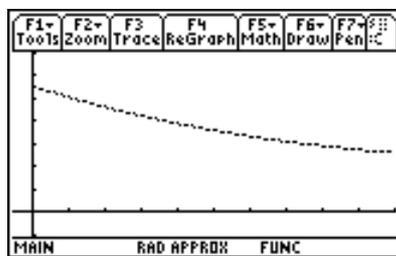


図 2 温度変化の様子

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Tools	Plot Setup	Cell Header	Calc	Util	Stat	
DATA	c1	c2	c3			
1	0.	55.167				
2	1.	54.774				
3	2.	54.516				
4	3.	54.				
r1c2=55.1667						
MAIN	RAD	APPROX	FUNC			

図 3 温度変化のデータ

われる。しかし、CBL 2 を利用すると、温度変化の様子を教室で簡単に実演してみせることができる。その手順は、以下のとおりである。

- (1) CBL 2 と TI-89 を接続する
- (2) CBL 2 と温度センサーを接続する (図 1)
- (3) データ収集プログラムを実行する
- (4) 接続されているセンサーが自動認識され、必要な初期設定が行われる
- (5) START を押すとデータが収集され、リアルタイムでグラフ表示される

CBL 2 には、データ収集用のプログラム Data-Mate が附属しているので、そのプログラムを自作する必要はない。そのプログラムでは、接続されている電卓の機種やセンサーの種類を自動認識し、必要な初期設定が自動的に行われる。収集されたデータは TI-89 に保存される。

使用した温度センサーは、 -20°C ~ 125°C の範囲の温度を測定できる。測定誤差は、 0°C では

$\pm 0.2^{\circ}\text{C}$ 、 100°C では $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$ である。 -200°C ~ 1400°C まで測定可能なセンサーもある。

さて、旧型 CBL の利用マニュアル⁵⁾ では、短時間に温度変化のデータを収集する方法として、温度センサー部分をアルミホイールで包んで熱する方法が紹介されている。図 2 は、その方法でセンサーを熱し、その後に大気中に放置した場合の温度変化を表している。図 3 は、そのデータ行列である。C1 は時間、C2 は温度であり、1 秒ごとに 99 秒までのデータが得られている。

複数 (最大 3 個まで) のセンサーからデータを一度に収集でき、それらの相互関係について考察することも容易である。

4 収集したデータの解析例

収集したデータに対しては、いろいろな統計処理が可能である。エクセルと同じような表計算

F1-Tools	F2-Plot Setup	F3-Cell Header	F4-Calc	F5-Util	F6-F7	F7-Stat
DATA		c3	c4	c5		
1		undef	38.067	undef		
2		-.3925	37.674	.01042		
3		-.2581	37.416	.0069		
4		-.5161	36.9	.01399		
c4=seq(c2[i]-17.1,i,1,100...						
MAIN	RAD	APPRX	FUNC			

図4 温度変化と温度差

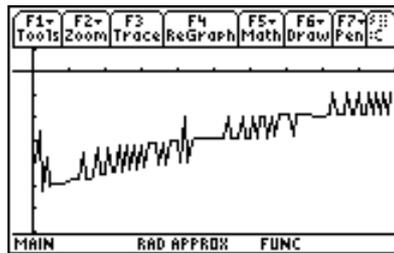


図5 単位時間当たりの温度変化

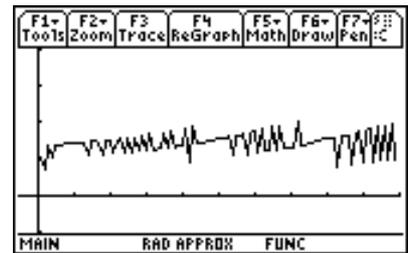


図6 比例定数 k の変化

F1-Tools	F2-STAT VARS	F3-Header	F4-Calc	F5-Util	F6-F7	F7-Stat
DATA						
1		y=a·b^x				
2		a	=39.018852			
3		b	=.985643			
4						
c4= Enter=OK 30...						
MAIN	RAD	APPRX	FUNC			

図7 指数回帰

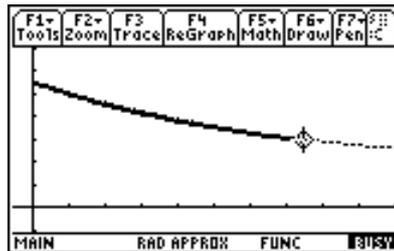


図8 実データと回帰曲線

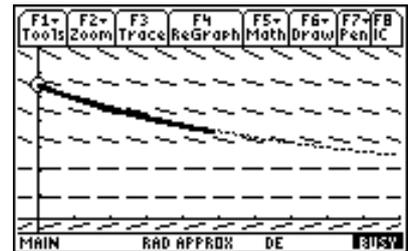


図9 勾配場と解曲線

が可能なので、データにいろいろな加工を施して分析できる。図4は、C3には1秒ごとの温度変化、C4には室温(17.1°C)との温度差、そして、C5にはそれらの比を表示した。

$$C3: \Delta\theta = \theta(t) - \theta(t-1)$$

$$C4: \theta(t) - \theta_0, \theta_0 = 17.1$$

$$C5: k = \frac{\Delta\theta}{\theta(t) - \theta_0}$$

なお、室温 θ_0 は、センサーを熱する前に室内温度のデータを100個収集し、その平均として求めた。

ニュートンの冷却の法則は、単位時間あたりの温度変化(C3)が、その時間の物体の温度と周囲の温度との差(C4)に比例するというものである。図5は単位時間あたりの温度変化C3、図6は周囲の温度差との比C5をグラフ表示したものである。これらのグラフは、描画範囲を指定するだけで即座に描画される。図6は、 $-0.01 \leq y \leq 0.04$ の範囲で描画させた。時間がたつにつれて増加・減少する傾向は特に認められない。直線 $y = ax + b$ で回帰してみると、

$$a = 1.579 \times 10^{-5}, \quad b = 0.0135$$

であった。そこで、比例定数 k をC5の平均と

して求めると、 $k = 0.01432$ となる。

一方、この電卓の統計機能を利用して、時間C1に対する周囲との温度差C4を $y = a \cdot b^x$ の形で指数回帰すると、

$$a = 39.02, \quad b = 0.9856$$

が得られる(図7)。したがって、温度 θ は、

$$(2) \quad \theta - 17.1 = 39.02 \cdot (0.9856)^t$$

$$= 39.02 \cdot \exp(-0.01446 t)$$

と表される。図8は、この解曲線を表示させたものである。実データとよく一致していることが分かる。

次に、微分方程式(1)の解析解を求めて、この解と比較してみよう。(1)の一般解は

$$\theta(t) = C \cdot \exp(-kt) + \theta_0$$

であるから、収集されたデータをもとに、

$$\theta_0 = 17.1, \quad \theta(0) = 55.17, \quad \theta(99) = 26.42$$

という条件で定数 C, k を求めると、

$$C = 38.07, \quad k = 0.01421$$

が得られる。この値は、TI-89の数式処理機能を利用して求めた。指数回帰で得られた解(2)とほぼ一致していることが分かる。

一階微分方程式(1)についての理解を深める

には、その勾配場について理解することも必要であろう。TI-89 は、微分方程式の勾配場や位相平面図も描画できる。図 9 は、微分方程式 (1) の勾配場と、初期条件 $\theta(0) = 55.17$ のもとでの解曲線を描画したものである。勾配場を表示している画面上で初期値を指定すれば、そこを出発点とする解曲線を描画させることができる。

5 予想される教育効果

以上で述べたように、数式処理電卓とデータ収集器を利用すると、実データが容易に収集でき、即座に統計的に解析することができる。工学における実データの収集・解析が 1 台の電卓を通して可能になることの意義は大きい。

この電卓とデータ収集器を利用すれば、講義の途中で簡単な実験を実際にやってみせることができるだろう。黒板でいろいろな式変形の後に導かれた式が、実際のデータと合致していることをその場で実演してみせることができれば、学生の理解度が大きく向上することが期待される。

逆に、ある法則を導きたいときに、収集された実データをさまざまに加工してグラフ表示しながら、その法則を導くにいたる思考過程を学生に説明することもできる。この電卓を学生が所持している場合は、その法則性を考察させる方向で、学生にデータ解析の演習をさせることもできるだろう。あるいは、データ収集から法則発見までを学生への課題とすることもできる。ただし、具合のよいデータを収集するには、ある程度の試行錯誤が必要なときもある。そのようなときは、あらかじめ教師側が収集したデータを学生の電卓に転送して、データ解析だけを学生に課すことも考えられる。

このような電卓を利用して実データを取り扱う教育は、欧米ではすでに日常的に行われているようである⁶⁾。しかし、日本では、一部の私

立学校を除くと、組織立って取り組んでいるところは数少ない⁷⁾。関心を持った教師達が、いわば個人的に行っている場合が多いように思われる。日本での普及が遅々として進まないのは、この電卓の教育上の意義に対する教師側の理解がなかなか進展しないこともさることながら、電卓自体を人数分そろえなければならない予算的な問題がネックになっているように思われる。

いずれにしろ、工学教育において、実データ収集の容易さのみならず、そのさまざまなデータ解析がパソコンに向かわずとも可能になることの意義は大きい。工学を学ぶ学生にとって、数式処理が可能で実データ収集が容易な電卓が手元にあることは、工学上の思考を推し進める上で計りしれないメリットがあるだろう。工学教育において、この電卓の活用は真剣に検討されるべきであると思われる。

参考文献

- 1) 梅野善雄：数式処理電卓を用いた微積分教育の改善，日本数学教育学会高専・大学部会論文誌，第 8 巻第 1 号，13-30 頁，平成 13 年
- 2) <http://www.seg.co.jp/shuppan/derive.htm>
- 3) <http://www.naoco.com/>
- 4) Vernier Software & Technology:
<http://www.vernier.com/probes/index.html>
- 5) CBL システム Experiment Workbook, テキサスインスツルメント
- 6) 梅野善雄：数式処理電卓は工学教育に何をもたらすか？，工学教育，第 48 巻第 4 号，9-15 頁，平成 12 年
- 7) 佐伯昭彦：数学と物理とを関連づけた総合カリキュラムに関する実証的研究，平成 10~11 年度科学研究費補助金 (基盤研究 (C)) 研究成果報告書，平成 12 年 3 月