

論 文

タンチョウの個体数変化とロジスティック曲線

— 環境に関する連携授業から —

梅野 善雄\*

**概 要：**一関高専では、環境をテーマとして幾つかの科目が同時に授業を行う「連携授業」を行っている。数学の授業では、タンチョウの個体数変化を差分方程式で数学的に解析することで、その変化がロジスティック曲線に当てはまることを実際の計算で確かめさせた。その中では、ロジスティック曲線がいろいろな場面で現れることを例示すると同時に、カオス現象にも話を発展させることができる。事後のアンケートでは、多くの学生が、このような自然界のことに数学が有効であることに驚いた、との感想を述べている。ここでは、この教材で必要となる数学知識や、このような実データを授業で取り上げることの意義について考察する。

**検索語：** 数学モデル, 差分方程式, ロジスティック曲線, カオス, 連携授業

**Abstract:** In our college, some subjects teach it by the theme of environment at the same time, which we say "Interdisciplinary Collaborative Education". In the class of mathematics, we analyzed the change in the number of individuals of the Japanese crane by the difference equation, and we confirmed that the change applied to the logistic curve. Moreover, we illustrated that the logistic curve appeared in the various scenes, and we developed it into chaos phenomena. A lot of students were surprised that mathematics was effective for such a natural world, in the following questionnaires.

In this paper, we shall consider the mathematics knowledge needed in this teaching material, and the meaning of taking up such real data in the class.

**Keyword:** Mathematics Model, Difference Equation, Logistic Curves, Chaos, Graphing Calculators.

1 はじめに

一般的な数学の授業は、事前に定めたシラバスに添って教授される。その授業は、最初に教師が内容を説明して具体的な例題をやってみせ、その後で学生に問題演習を行わせるスタイルが多いと思われる。教科書や問題集にある問題も、現実世界から題材を取ったものは極めて少ない。

数学が実世界でどのように利用されているかを示すことは重要であるが、実際には本来の教授項目をこなすのが精一杯であり、そのような題材を扱う時間をなかなか取れない現状にあるのも事実と思われる。また、そのような実世界の問題は、複数の科目にまたがった部分に存在し、相互に関連しあっていることも多い。

一関高専の一般教科では、そのような複数の科目にまたがる問題をそれぞれの科目で同時期に取り扱うことにより、一つの問題を多角的視

野から眺めることの重要性を認識させる「連携授業」を試行している。テーマとしては「環境」を取り上げた。ここでは、この「環境」というテーマの連携授業において、数学ではどのような授業を行ったかを報告すると同時に、その授業に対する学生の反応を紹介し、数学でこのような題材を扱うことの意義について考察したい。

2 高専における数学教育

高等専門学校は、中学卒業生を対象とする五年一貫教育を特徴としており、15歳から20歳までの学生を対象とした高等教育機関である。実験・実習が重視されていることもあり、卒業生は即戦力として企業からも高い評価を得ている。

高学年では大学工学部の内容を扱うことから微分積分の知識が必須である。第3学年までのカリキュラムは、高校理系の数学に加えて線形

\* Yoshio Umeno 一関工業高等専門学校

代数・微分方程式・偏微分・重積分までを含めたカリキュラムとしている高専が多い。線形代数では固有値や行列の対角化まで扱う。微分方程式では、2階定数係数非斉次微分方程式まで扱っている。高専では学習指導要領の制約はないので、このようなカリキュラムが可能になっている。

高専による違いもあるが、1年から3年までの授業時間数は、概ね18時間前後(1時間は50分)である(本校は18時間)。多くの高専では、高専向けの数学の教科書を利用している[2, 3]。そして、4年になると、応用数学として、フーリエ解析、ラプラス変換、ベクトル解析、複素関数、確率統計などを学ぶことになる。

なお、確率統計については、3年のカリキュラムに入れている高専もあるが本校では4年で学んでいる。

### 3 環境に関する連携授業

一関高専の一般教科では、平成17年度より、同時期に様々な科目が「環境」をテーマとする授業を行う連携授業を試行している。環境という同じテーマを扱いながら、取り上げ方によりいろいろな考え方があることを示して、物事を多面的に考えることの重要性を理解させることを意図したものである[4]。

「連携授業」という授業形態は、すでにある女子大学で「共生」をテーマとして行われている[5]。一般教科のカリキュラム改善を図る議論を加えていく中で、複数科目を有する教科の特性を生かすには、この連携授業が有効であろうということに議論が収束していったものである。

実際の授業は2年生を対象として行っている。時期は11月、期間は2週間で、国語、英語、地理、倫理、数学、そして物理の6教科で行われた。時間は、各科目とも2時間である。ただし、これらの科目が2年で開講されていなかったり、連携授業を担当する教員が2年の授業担当ではない場合もあるので、そのような場合は他の科目や教員から時間を譲られて実施している。

著者が担当した数学では、タンチョウの個体数変化を通じて自然環境保護の重要性を訴える

授業を行った。この題材は、小寺[1]をもとにしている。

他の科目では、国語は日本人の「自然の美しさ」の捉え方を美観の観点で考察した。英語は環境問題に関する英文の購読を行い、環境問題に関する基本的な語彙を学んだ。地理は、様々なデータをもとに地球温暖化の現状について考察した。倫理は環境倫理学の考え方を紹介し、地球環境と人間との共存のあり方について考察した。そして、物理は、地球温暖化の原因と解決策についてエネルギーの観点から考察した。

### 4 タンチョウの個体数変化

連携授業において、数学では「環境と生物個体数の変化」として北海道に生息するタンチョウの個体数について取り上げた。以下では、小寺[1]をもとに、タンチョウの個体数の変化について概観する。

タンチョウは、北海道周辺にだけ生息する留鳥であり渡り鳥ではない。以前は、北海道全域で生息していたが、明治期の北海道開発に伴い乱獲され、その個体数は絶滅寸前まで減少した。そのため、明治後半になって、禁猟となったり保護鳥に指定されるなどの保護活動が開始されたが、給餌を行う等の積極的なものではなかった。

その後、昭和27年(1952)に吹雪のため餌を求めて人里に現れるようになったのを契機に、国の特別天然記念物に指定された。その年にはタンチョウの個体数の調査や本格的な保護活動が開始される。その年に確認された数は僅か33羽であるが、冬場に給餌を行うなどの本格的保護活動の結果、個体数は増加するようになった。

タンチョウの数が増えてくると今度はそれが話題となり、タンチョウを撮ろうとするカメラマンが全国から押し寄せるようになった。できるだけ接近して撮影しようとするため、タンチョウが驚いて急に飛び上がり電線と衝突して死亡するケースが増えてきた。そのため、1960年から1975年の間は、タンチョウの個体数は増減を繰り返し増加が止まっている。実際、この時期は生まれた雛の数と死亡した数とがほぼ一致し、

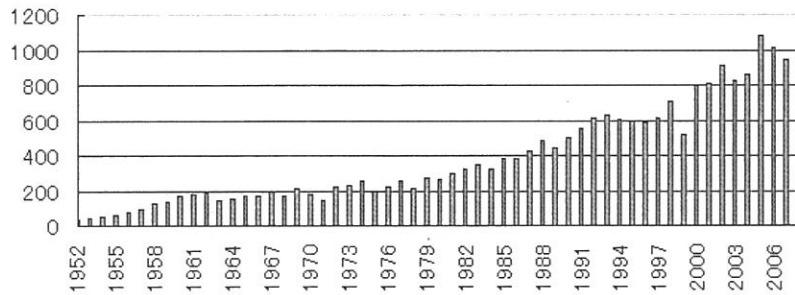


図1：タンチョウの個体数変化

死亡の原因の大部分は電線と衝突したためであることが分かっている。

タンチョウの主たる死亡原因が分かっているから、カメラマンへの行動規制をかけると同時に、タンチョウの生息地では電線の移設などの処置が講じられた。その結果、再びタンチョウの個体数は増加するようになる。現在は1000羽以上にまで増えている[6]。毎年定期的に調査されているタンチョウの個体数は、地上からの調査だけでなくヘリコプターを飛ばして上空からも行われており、自然界の生物としては相当正確な値であると言われている。

タンチョウの個体数の変化には、生息地の環境や天候、タンチョウの年齢構成や餌の供給量など様々な要因が潜んでいる。数学的にも、指数関数やロジスティック曲線など様々な事項を含んでいる。そして、以下に示されるように、構成した数学モデルと実データとの合致度も高い。微分方程式や、数値実験をしてカオス現象にまで話を発展させることもでき、実データを用いた数学の教材としては非常に優れた教材になっている。

## 5 実際の授業の流れ

小寺[1]も書いているように、この授業はグループ討議をさせながら行うのが効果的と思われる。しかし、今回の連携授業では2時間しか時間が取れないため、必要な説明事項はパワーポイントで作成し、教員側がほぼ一方的に説明するスタイルの授業を行った。

ただし、全てが説明だけでは学生の関心も薄らいでいくので、電卓を利用して具体的なデー

タ処理を行わせ、それをもとにグラフを作成する作業を入れるようにした。

資料[7]として作成したのは、このパワーポイントのファイル、それを配布用にプリントアウトしたもの(42画面分をA3両面1枚に縮小印刷)、ならびに、学生が計算しながら書き込めるようにしたA4版1枚のプリントである。なお、パワーポイントの内容をプリントアウトした資料は、授業が終了してから配布した。最初に配布すると、それを読むことに集中して説明を聞いてもらえない判断したからである。

### 5.1 1時間目の授業内容

1時間目は、「タンチョウ」という個体の説明から、成長曲線をモデル化するまでの説明を行った。具体的には、次の通りである。

#### [1] タンチョウに関する概要説明

- (1) タンチョウの写真を見せ、その特徴や生息地について解説する。
- (2) 急激に増え始めた初期のデータを示し、その後の変化予測をグラフに書き込ませる。
- (3) 実際の変化を示し、授業の目的は、この変化を数学的に考察することにあることを述べる。
- (4) 途中で増加が停滞する時期があるので、増えなくなった要因について考えさせる。
- (5) 外的原因を除去すると再び増加し始めることから、初期の1952~1960、増減を繰り返す1960~1974、そして1975以降の3期に分けて考えるべきことを説明する。

#### [2] 指数関数的に増加する第1期の分析

- (6) 増加数  $\Delta y$  が、前年の総数  $y$  と比例する

ことに気づかせる. ( $\Delta y = ry$ )

- (7) 比例定数を  $r$  とすると  $n$  年後は  $(1+r)^n y$  となることを説明する.
- (8) 実際のデータから比例定数  $r$  を求める.
- (9) 以上より,  $y(n) = 33 \times 1.23^n$  を示す.
- (10) 電卓で理論値を計算させ, 実データと合致することを確認させる (表 1).
- (11) 卵の数や孵化率, 1 年後の生存率などから, 成長率  $r = 0.23$  がタンチョウの実際の生態と合致していることを説明する.
- [3] 停滞後に増加に転じる第 3 期の分析
- (12) その後の成長率を計算し, 成長率が減少していくことを確認する.
- (13) 成長率が減少する理由を考えさせ, 有限な環境の中では生息できる数に限界があることに気づかせる.
- (14) 現在の環境で生息可能な最大数を  $K$ , 実際の生息数を  $y$  とする.  $K - y$  が減少すれば成長率  $r$  も比例して減少する ( $r = s(K - y)$ ) と考えられることから, 新モデル  $\Delta y = sy(K - y)$  を提示する.
- (15) 生息できる最大数  $K$  を試算する.
- 釧路湿原は  $190 \text{ Km}^2$ , タンチョウ一つがいの縄張りを  $1.5 \text{ Km}^2$  とすると,  $190 \div 1.5 \approx 127$  一つがいとなる.
  - 一つがい当たりの子を 1.5 羽とすると, 釧路湿原での総数  $K_0$  は  $K_0 = 127 \times 3.5 = 445$  羽である.
  - 釧路湿原はタンチョウの生息域の

30%程度なので, 全体の生息数は  $445 \div 0.3 = 1483$  より  $K \approx 1500$  と考えられる.

- (16) 比例定数  $s$  を, 次の手順で試算する.
- 1975 年の数は  $y_0 = 194$  羽, 1980 年の数は  $y_1 = 267$  羽.
  - 1980 年までの増加数は  $\Delta y = 73$  羽
  - $s = \frac{\Delta y_1}{y_1(K - y_1)} = 0.000288$
  - $\Delta y = 0.000288y(1500 - y)$

## 5.2 2 時間目の授業内容

休憩を挟んだ 2 時間目は, 1 時間目の概要を復習した後で, 新モデル (16) をもとに 5 年ごとの個体数を電卓により計算させた.

### [4] 差分方程式による予測値の計算

- (17) 新モデルで 2050 年までの個体数を推定させ (表 2), グラフ上にプロットさせる. この計算は, かなりの時間を必要とする.
- (18) 描かれた曲線をロジスティック曲線ということ述べ, 現実の世界ではさまざまな場面で現れることを例示する.

### [5] カオス現象の紹介

- (19) 新モデルの比例定数  $s$  を変えると, 予測不能の状況が起こることを紹介する.

### [6] まとめ

- (20) 仮定をもとに数学モデルを構成する過程を振り返り, 自然界の現象を数学化することの意義と限界についてまとめる.

表 1: 第 1 期 (1952~1960) の変化  $y = 33 \times 1.23^n$

年	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
実数	33	42	52	61	76	92	125	139	172
予測数	33	41	50	61	76	92	114	140	173

表 2: 第 3 期 (1975~) の変化と将来予測  $\Delta y = 0.000288(1500 - y)$

年	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2020	2025	2030
実数	194	267	384	499	607	798	1081					
予測数	194	276	362	480	621	779	940	1092	1220	1319	1387	1432

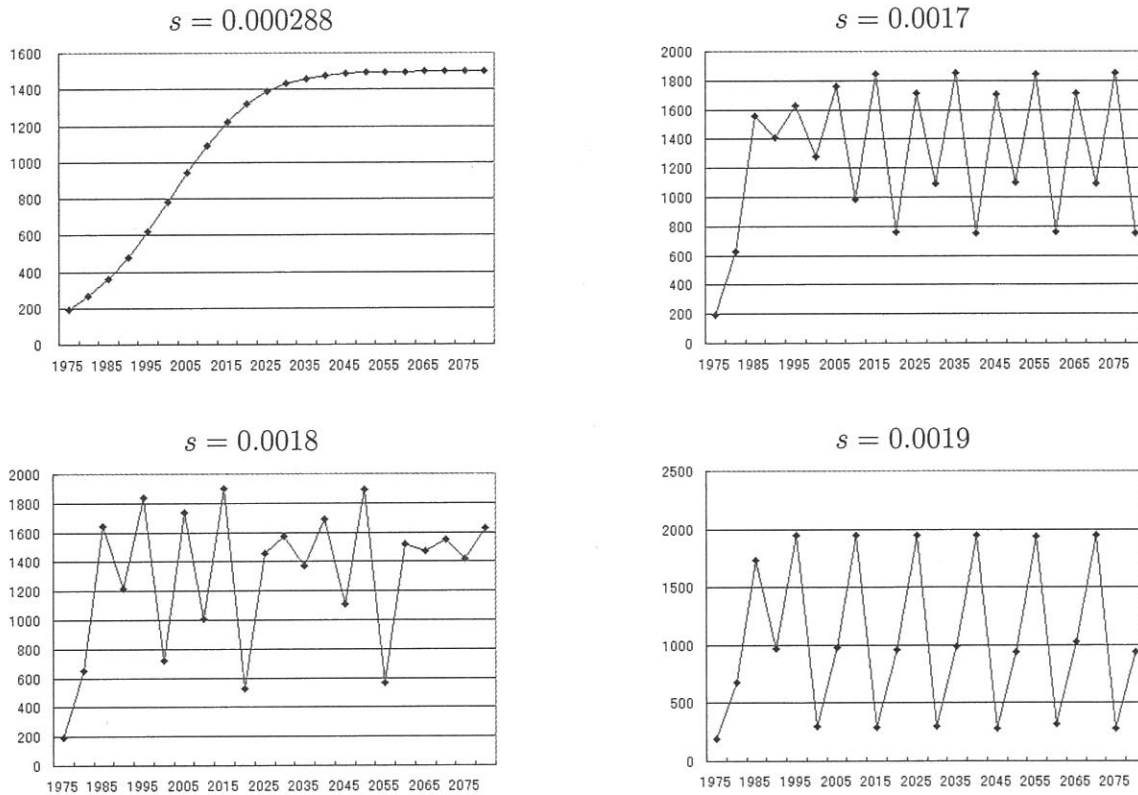


図 2 :  $\Delta y = sy(1500 - y)$  による変化

そして、タンチョウの個体数は自然環境との相互作用の中で決まってくることを訴える。

- (21) 民話「ツルふぶき」の紙芝居を朗読する。昭和 25 年にツルの人工給餌に成功した山崎定次郎氏の物語である。
- (22) 最後に、この授業の感想を記入させる。

## 6 この授業で必要な数学知識

この教材を開発した小寺は当時中学教員であったため、この授業も中学生に分かるような内容で説明している。そこで必要とされるのは「比例」に関する知識だけである。それだけをもとに、種々の考察を行ってモデル式を構成し、実際に数値計算を行ってロジスティック曲線までを描かせている。比例だけをもとに構成された式からロジスティック曲線が描かれるまでの過程は、中学生に大きな感動を与えたであろうこ

とは想像に難くない。

しかし、ロジスティック曲線までを視野に入れると、微分法を学んだ高校生や大学生を対象とするのが望ましいように思われる。それまでに学んだ数学を総動員する形で授業を進めていけば、自然界の現象に対する数学の威力について実感させることができるだろう。そこで、この授業ではどのような数学が必要になるかを概観する。

第 1 期では、翌年の増加数  $\Delta y$  は前年の総数  $y$  と比例するという仮定をもとに、その比例定数  $r$  を求めようとしている。このことを理解するには比例の概念を理解している必要がある。そのことが理解できていれば、比例定数を  $r$  とするとき  $n$  年後は  $y_n = (1 + r)^n y_0$  となることは自然に理解されるだろう。

この比例定数を定めるとき、小寺 [1, p.100] は初期の成長率を  $1/4 = 0.25$  を用いて説明した後、 $0.24$  や  $0.23$  で再計算させて実際の値と比較させ

る。そして、0.23の場合が合致しているとして  $r$  の値を定めている。

この方法は中学生を対象とする授業ではやむを得ないと思われるが、累乗根を学んでいけば、1952年に33羽だったものが1960年には172羽になっていたことから、成長率  $r$  は

$$33 \times (1+r)^8 = 172$$

となる8次方程式の解であることから、

$$1+r = \sqrt[8]{\frac{172}{33}}$$

を計算すればよいことは容易に理解されるだろう。そして、関数電卓が無くても、 $172/33 = 5.21$ より、8乗してこの数値になる値を試行錯誤で計算させることで  $1+r = 1.23$  となることを導くことができる。その試行錯誤の仕方も、一つの授業対象になりうるだろう。

得られた関数  $y = 33 \times 1.23^x$  は、指数関数の実例とすることもできる。また、その指数関数により増加し続けることが現実的ではないことは、容易に生息可能な最大数の存在への気づきに繋がるとと思われる。

生息可能な最大数  $K$  の計算は単なる四則計算だけであるが、そこでは四則のそれぞれの意味について理解している必要がある。特に、除算や割合の意味についての理解がないと、この部分の計算は理解できないことになる。その理解の度合いを確かめる意味で、穴埋め形式の問題とすることも考えられる。

問題を差分方程式の形で定式化したことが、この教材を中学生にも教授することを可能にしている。数表とグラフとの関係が理解できていれば、場合によっては小学校高学年にも教授可能ではないだろうか。

得られた曲線をロジスティック曲線といい、関数の式が

$$y = \frac{c}{1 + ae^{-bx}}$$

となることは教師が天下一に述べるしかないが、この関数のグラフがそのような曲線になることは、ネイピアの数  $e$  や微分法を学んでいなくても、考えさせることはできるだろう。

たとえば、 $2^x$  のグラフの逆数を考えることで  $1/2^x = 2^{-x}$  のグラフを考えさせ、それを  $y$  軸方向に平行移動して  $1 + 2^{-x}$  が得られる。もう一度逆数を取れば、 $1/(1 + 2^{-x})$  のグラフまで到達できるのではないかと思われる。この部分の理解は、 $y$  軸方向の平行移動と、逆数を取るとどのような数になるかという数に対する感覚が必要である。方眼紙と電卓を用意すれば、中学生でも十分理解できるのではないだろうか。

微分法を学んでいけば、この関数を微分することで、増加の仕方や変曲点について考察させることもできる。ロジスティック曲線が新製品の販売予測などにも利用されていることや、その場合の変曲点の意味について説明すれば、さらに興味を引くのではないかと思われる。

タンチョウの個体数を  $N(t)$  として微分方程式の観点から考えた場合は、まず、成長率  $r$  は

$$r = \frac{1}{N(t)} \frac{dN(t)}{dt}$$

で定められる数であることの理解が必要になる。そのことの理解が得られれば、差分方程式の時と同様の考察により

$$\frac{dN(t)}{dt} = sN(t)(K - N(t))$$

が得られる。これを解くことは、変数分離形の微分方程式として手頃な練習問題であるが、実際の計算は学生にとってそう簡単ではない。

まず、変数分離を行って部分分数に分解する。それを積分した後は、対数の性質を利用して一つの対数にまとめ、今度は対数と指数の関係から指数を含む式に直す。そして、得られた分数式を  $N(t)$  について解いて、やっと

$$N(t) = \frac{K}{1 + Ce^{-sKt}}$$

が得られる。個々の計算自体は単純であるが、多数の基礎事項を総合的に理解していないと、この解までは到達できないだろう。このような微分方程式を高校では扱っていないので、この部分は高専生か大学生を対象とすることになる。

差分方程式の解曲線について、小寺 [1, p.90] はエクセルを利用した方法を紹介している。そ

ここでは、比例定数  $s$  の値を直接セルに書き入れているが、その値を絶対番地から参照する形で定義すれば、 $s$  の値をいろいろ変えて試行錯誤させることによりカオス現象を中学生に発見させることもできるだろう。

このように見てくると、このタンチョウの教材は、実際のデータをもとにしていながら広範囲の数学の内容を含んでいる。いろいろな場面で話題を発展させることができると同時に、数学を使った解析結果は実データと驚くほど一致している。カオスなど最先端の話題にまで話を広げることができ、数学の教材としては例を見ないほど豊富な内容を含んでいるといえるだろう。

## 7 連携授業を受けた学生の感想

数学の連携授業では、平成 17 年度より毎年「環境とタンチョウの個体数変化」をテーマとする授業を行ってきた。授業を受けた学生の感想は、どの年度も概ね良好である。年度により多少の差はあるものの、授業後のアンケート調査では、ほぼ 2/3 の学生は「数学の連携授業は興味深く聞いた」「数学の連携授業の内容は分かりやすかった」と回答している。

自由記述による学生の感想を見ると、「現実の世界に数学が有用であることに驚いた」という感想が多いことが特徴的である。高専は実験、実習も大学よりは多く設定されている。それらの授業では、データをグラフ化したり、式に当てはめて計算したり等の数学的な作業も行うことになるので、このような感想が多く出たことは著者にとっては意外であった。対象学年がまだ 2 年生である事によるのかもしれない。

以下に、学生の感想を、その内容ごとに幾つかに分類して紹介する。

### 数学の実世界への有効性に対する気づき

- (1) 数学の公式などは、機械的なものなどに主に使われていると思ってたけど、環境や生物個体数の変化や予測数にも使われているとは思わなかった。また、数学は日常ではあまり使われないと思ったけど、けっこう使われていてびっくりした。

- (2) 環境を考える時も方程式を使うとは思わなかった。実際の個体数と計算した個体数がほぼ同じで驚いた。今まで数学は世の中で使うのか? と思っていたが、数学は世の中でいろんなことに使われているんだと思った。
- (3) 自然のことも数学で表せることに驚いた。自然界にも規則性があるなんて意外だった。
- (4) 数学がツルの生態に関わっていてびっくりした。増加、減少などを式に表して、実際の数値と比べると、ほとんど一緒ですごかった。これからの増加も予測できたりするのは、いいと思う。数学は計算だけだと思っていたけど、環境や生物に対して使えるということが分かった。

### 数学の奥深さへの思い

- (5) ロジスティック曲線の性質がなかなかおもしろかった。長いスパンでの平均を見ていくとある一定数で安定しながらも、周期をもって増減する関数を知ることができた。
- (6) たった 2 回分のデータで、およその予測数が計算できて驚いた。さらに、それが大体近似していると知り、数学の奥深さが分かった。また、説明が分かりやすかった。ロジスティックモデルやカオス現象は、値が少し違うだけでグラフが大きく異なるのもとても不思議だと思った。
- (7) 数学の視点で、タンチョウについて調べた。1 つの課題の中で多くの定理・公式を多用して考えていくのは意外だったが、実際に触れてみるとできるものだった。タンチョウの点についてもそうだが、1 つのものについて様々な視点で捉えて考えることは大事なのだという事を改めて感じた。

### 予測値が観測値と一致することへの驚き

- (8) 個体数の変化数から式を導いて、観測数と近似している予測数を求めることができるのに驚いた。ロジスティックモデルでも数字の値を少し変えるだけで、全然違ったグラフになることも驚いた。
- (9) 自然現象に数学が役立つとは思っていなかったが、筋道を立てて考える数学的な考え方

で立てた予想が、結果と一致していることに驚いた。

- (10) かなり条件が厳しくなるが、それでもある程度は数式で自然環境・現象を予測できるんだな〜と、一人ちょいっと感動していた。

#### 数学を学習することの意義に対する思い

- (11) 数学はこんな事に使われるんだなと、勉強することの意義を見た気がしました。
- (12) あまり考えたことのない事を知る良い機会になった。普段、数学を実用することのがないので、これのように、使う例を知ることができて、とても楽しかったし、良かったです。とても興味深く、おもしろい数学利用例だとおもった。はじめて、数学ってかっこいいなと感じた。
- (13) 数学の授業の時、「こんな覚えたって、将来絶対使わないよね」と良く言っていたけど、その考えが変わりました。
- (14) 計算で出した値が実際の値に近似していたので、とても不思議に思った。今までは、個体数の変化は予測することが出来ないほど不規則であると思っていたため、今回の授業ではいろいろな分野への数学の応用について興味が湧いた。

## 8 実データの取扱いとグラフ電卓

従来の数学の授業は、ややもすると、形式的な問題解きに終始し、日常のデータを取り扱うことは極めて少なかったといえる。実データを数学的に解析してモデル化する授業も皆無に等しい。タンチョウの個体数変化に関する授業を受けて、多くの学生が「数学が自然界のことと関係があるとは思ひもしなかった」という感想を持ったのは、ある意味で当然の結果かもしれない。実験や実習の多い高専においてこの感想なので、他の学校種ではもっと多数の者が同じような感想を持つのではないと思われる。

タンチョウの個体数のデータは、実際の観測に基づいた相当正確な値と言われている。このような現実のデータをもとに数学を用いて解析して何らかの規則性を見いだしたり関数で近似

できることを示すことは、実世界と数学との関わりについての認識を大きく変えることに繋がるだろう。高専では、数学でそのようなデータを扱わなくても、いずれ専門科目の実験・実習で実データを数学的に処理しなければならなくなる。しかし、中学や高校では、数学の中で意図的にそのようなデータを扱わない限り、実データと数学との関わりについて考察する機会を一生持たないまま終わってしまう場合も起こりうるのではないだろうか。

タンチョウの個体数のような優れたデータは、そう簡単に見つけられるものではない。日本の数学教育では統計に関する内容が手薄であり、このようなデータから規則性を見出す手法を授業では扱っていない。収集したデータの特徴は代表値や散布度などから捉えることができるが、時系列的なデータでは変化の特徴を捉える必要がある。数学的モデル化や統計的回帰が必要があるが、その理解にはかなりの数学的知識が必要である。データ整理等では表計算や電卓等も利用しなければならないが、そのようなツールの扱いに教師自身が慣れておらず、実データを扱った授業経験も少ないのが現状であろう。

しかし、統計回帰の数学的部分をブラックボックスとして割りきってしまうと、バラツキのあるデータからある程度の規則性を見出すことは可能である。グラフ電卓の活用である。グラフ電卓のオプション機器を利用すると、センサーを通して実データを簡単に収集することができ、即座にグラフ化することができる。距離、速度、音、光、PH、温度、圧力など多数のセンサーがある。グラフ電卓には統計回帰の機能もあるので、関数の当てはめも容易である。

グラフ電卓を利用したモデル化の授業は、すでに多数の実践例がある [8, 9]。一見すると不規則に見える自然界の出来事が、数学という目を通してみると実は一定の規則性に基いていることを、目の前の実例に対して自らの実験で気づかせることができれば、自然に対する畏敬の念と共に、数学を学ぶことの意義についての認識を新たにさせることになるだろう。また、相互のディスカッション等を通して何らかの結論



を導くグループ学習は、学生相互の人間関係の育成のためにも重要な意味がある。

それにも関わらず、日本では、何故かグラフ電卓の普及が遅々として進んでいない。そのような授業を行うことに個々の教員が関心を持ったとしても、教員個人では必要な機器類を用意することすらできない。グラフ電卓の他に、センサーやデータ収集器を用意する必要もある。この授業に必要な機器類は、組織として取り揃えることが必要ではないだろうか。それと同時に、そのような授業を行うことのできる教員の養成も必要になる。グラフ電卓の問題は、単なる教員個人の関心度の問題ではなく、もっと大きな組織上の判断の問題であるように思えてならない。

新学習指導要領でも、数学と実世界との関わりについて取り扱うことの重要性が指摘されている。従来のままの授業では、「数学は実社会とは関係がない」という誤った認識を助長させることになりかねず、長期的には社会にとってマイナス影響を与えるのではないだろうか。実データを容易に収集でき解析できるグラフ電卓の活用について、今こそ、真剣に検討すべき時期に来ているのではないかと思われる。

## 9 おわりに

この授業を行ってみて、優れた教材の威力をまざまざと感じさせられた。得られた学生の感

想は、授業者の授業力よりも、まさに「教材の力」によるものである。この教材を発掘された小寺隆幸先生に、新たためて敬意の念を表す。

## 参考文献

- [1] 小寺隆幸著：数学で考える環境問題(第4章, タンチョウの数はどう変化するか?), 明治図書, 2004年
- [2] 高遠節夫・斎藤齊他4名：新訂基礎数学, 新訂微分積分I・II, 新訂線形代数, 大日本図書
- [3] 田代喜宏・難波完爾編：新編高専の数学1～3(第2版), 森北出版
- [4] 白井仁人他5名：「環境」をテーマとした複数科目間での連携授業の実施, 論文集「高専教育」, No.30, pp.153-158, 2007
- [5] 東洋英和女学院大学・連携授業プロジェクト：「共生を多角的に考える」,  
<http://www.toyoeiwa.ac.jp/renkei/>
- [6] 釧路支庁環境生活課自然環境係：タンチョウ生息状況一斉調査結果, 平成21年1月
- [7] 数ナビの部屋：「一関高専の教材例」  
<http://www.ichinoseki.ac.jp/gene/mathnavi/kyouzai.html>
- [8] T<sup>3</sup>Japan <http://www.t3japan.gr.jp/>
- [9] カシオ授業実践報告  
<http://edu.casio.jp/cal/classroom/>