

数式処理電卓の利用による数学に対する学生の意識変化

梅野 善雄
(一関工業高等専門学校)

Changes of Students' Thoughts on Mathematics
by The Use of An Algebraic Calculator

UMENO Yoshio
(Ichinoseki National College of Technology)

論文集「高専教育」, 第25号, 別刷
(平成14年3月)

数式処理電卓の利用による数学に対する学生の意識変化

梅野善雄*
(一関工業高等専門学校)

Changes of Students' Thoughts on Mathematics by The Use of An Algebraic Calculator

UMENO Yoshio
(Ichinoseki National College of Technology)

Last year, we lent algebraic calculators to all our calculus students, throughout the year. With the students' use of the calculators, in the calculus class, the following were observed: (1) The class was fun. (2) The understanding of mathematics was deepened. (3) Motivation to tackle tough problems was accelerated even with low-achieving students. (4) The students who were good calculator operators increased their knowledge and understanding of theoretical concerns of mathematics. (5) The anxiety about learning mathematics was less in comparison with classes not using calculators.

The long-term use of algebraic calculators improved students' thoughts on mathematics in various ways, so we should make full use of these calculators in mathematics classes.

Keyword: algebraic calculator, Calculus, students' thoughts on Mathematics.

1. はじめに

最近のグラフ電卓には数式処理機能を持つものがある。その数式処理機能はかなり高度であり、数式処理ソフトの国際コンペで Mathematica と並んで首位タイになったこともある。そして、世界の数学教育は、このようなグラフ電卓を活用した数学教育に大きく転換しつつある¹⁾。

この電卓は、関数のグラフを簡単に確認できる。グラフ画面の上から最大値・最小値、座標軸との交点の座標、あるいは微分係数や定積分の値などを簡単に求めることができ、関数にかかわるいろいろな事柄を総合的に理解させる場合に極めて有用である。そして、従来は教師が説明していたような定理・公式を、学生が自分で発見するよう導くことも可能になる²⁾。

本校では、平成 12 年度の 2 年生 2 クラスに数式処理電卓 TI-89 を貸与して微積分の授業を行った。以下では、この電卓を学生個々に貸与して長期間使用させた場合、数学の授業に対する学生の意識がどのように変化するのか、そして、電卓を使用しない他クラスの学生の意識とどのような違いがあるのかなどを分析し、数学教育におけるこの電卓の意義について考察する。

2. 調査の方法

数式処理電卓 TI-89(テキサスインスツルメント社)を学生に貸与したのは、平成 12 年 6 月中旬から平成 13 年 2 月末までである。この期間中、学生は授業のみならず自宅や寮でもこの電卓を活用できる環境を得たことになる。この状況で、数

*一般教科 umesan@ichinoseki.ac.jp

学の授業で電卓を利用することに対する学生の意識がどのように変化するかを、以下のような質問紙で調査した。

- (1) 電卓を利用した授業に対する意識調査
数式処理電卓を利用した数学の授業に対する意識を平成 12 年 7 月中旬 (25 項目)、平成 12 年 10 月下旬 (13 項目)、そして平成 13 年 2 月下旬 (26 項目) に記名式で調査した。
- (2) 数式処理電卓の習熟度に関する調査
数式処理電卓の操作にどの程度習熟しているかを、平成 12 年 7 月中旬 (20 項目) と平成 13 年 2 月下旬 (25 項目) に記名式で調査した。使用時期により主たる操作方法に違いがあるので、項目は調査時期に応じて変更した。
- (3) 数学の学習で感じる不安感に関する調査
数学の学習のいろいろな場面で感じると思われる不安感を 34 項目設け、それぞれについて 5 件法で回答を求めた。平成 12 年の 6 月上旬と平成 13 年の 2 月下旬に、同じ質問紙で記名式で調査した。

また、この電卓が数学の成績に及ぼす効果を調べるため、他クラスの数学担当教官の協力を得て、定期試験 (年 4 回) の問題の 1 部 (2 枚のうちの 1 枚) を、2 年生全体で共通問題で実施した。配点は各試験により異なるが、100 点満点では 48 ~ 64 点の間にある。そして、電卓の使用の有無により数学の授業に対する意識や数学に対する不安感がどのように変化するか、また、それらと数学の成績との関連性等について分析した。

3. 数式処理電卓の授業での利用

学生に貸与した数式処理電卓を、すべての時間で使用したわけではない。電卓を積極的に利用させる授業と、それを使用しない通常の授業の時とがある。どちらかという、新規概念の導入時に多く利用したといえる。学生は、電卓を使用しない授業のときでも電卓を持参し、必要に応じて利用していた。授業で必要なときに忘れてくる学生もあるので、そのような学生には、学校購入分の電卓をその時間だけ貸し出した。

授業の中では、大きく分けて次のような使わせ方をした。詳細は参考文献²⁾を参照されたい。

- (1) 微積の概念を効果的に教授するための利用

たとえば、定積分

$$\int_0^1 x^2 dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$$

が区間 $[0, 1]$ の分割数 n を増すごとに収束していく様子を、グラフや表を通して簡単に確かめさせることができる。

- (2) 定理・公式を学生に発見させるための利用
たとえば、 $y = \sin x$, $y = x$ のグラフを原点付近で拡大させれば、 $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x/x = 1$ であることを学生自身に気づかせることができる。
- (3) 微積の計算の答え合わせとしての利用
たとえば、不定積分の計算で、その結果を電卓の数式処理機能を利用して微分させれば、積分が微分の逆演算であることを理解させると同時に、複雑な関数の場合でも積分結果を容易に確かめさせることができる。
- (4) いろいろな関数に習熟させるための利用
たとえば、媒介変数表示された関数の場合に、媒介変数表示の仕方を変えることによりグラフ上の点の動き方がどのように変化するかを、簡単に確かめさせることができる。

積極的な活用を図るため、長期休業の課題では、電卓を利用しなければ解けないような課題も出している。当初は、電卓を使用することに拒否反応を示す学生が現れることを恐れたが、幸いにも、そのような学生はほとんどいなかった。数式処理電卓を数学の授業で使うことには、微分や積分の計算問題をすべて電卓で行わさせるのではないかという誤解を受けることが多いが、そのような問題では学生は自分の計算の確認のために使用しており、電卓の表示する解を書き写すだけの学生は皆無であった。自分で計算できなければならないことは、どの学生もわきまえているといえよう。

次節の調査結果は、この状況を 6 月から翌年の 2 月末まで経験させた中で得られたものである。

4. 意識調査の結果と考察

4.1 電卓を使用した授業に対する意識の変化

数式処理電卓を利用した授業をどのように感じているかを調査するため、幾つかの項目を変えながら 3 回の調査を行った。「数ナビを使う授業はおもしろい」「数ナビを使うと数学がよけいに分からなくなる」などの項目を設け、各項目に対して「はい」「どちらでもない」「いいえ」の 3 件法

で回答を求めた。表 1 は、2 月における調査項目である²⁾。

表 2 は 3 回の調査の共通項目に対する回答である。なお、学生には、この電卓を「数ナビ」(「数学ナビゲータ」の略)と呼ばせている²⁾。

表 2 をみると、「(14) 数ナビを利用すると、数学の理解がさらに深められる」を肯定する者が、使用期間が延びるごとに増えていることが分かる。

表 1 学生の意識調査の項目

- (1) 数ナビを家や寮でも使っている
- (2) 数ナビを使う授業はおもしろい
- (3) 数ナビは復習するとき便利だ
- (4) 数ナビはできるだけ使わないようにした
- (5) 数ナビでいろいろな計算が楽しくなった
- (6) 数学がよけいに分からなくなる
- (7) 数学が前よりおもしろくなった
- (8) 数ナビのおかげで計算力が落ちた
- (9) 数ナビの操作はよく分からなかった
- (10) 電池が無くなったので自分で交換した
- (11) 数ナビを私は授業のときしか使わない
- (12) 友達と数学の話をする機会が増えた
- (13) 数ナビを使わない普通の授業をしてほしい
- (14) 数学の理解がさらに深められる
- (15) 自分であまり計算しなくなった
- (16) 数学が前より分かるようになった
- (17) 専門科目の勉強や実験のときも役立った
- (18) 理論的なことへの関心が高まった
- (19) 難しい内容も簡単に見えてくる
- (20) 難しい計算も自分でやってみる気になる
- (21) 数ナビを使う課題をもっと出してほしい
- (22) 数ナビを使って数学が嫌いになった
- (23) 数学について前より考えるようになった
- (24) 数ナビに出会って数学の楽しさを知った
- (25) 数ナビを 1 年のときから使いたかった

表 2: 電卓を使用する授業への意識

(2) 数ナビを使う授業はおもしろい				
時期	全体(数)	はい	中間	いいえ
7 月	100.0(74)	39.2	48.6	12.2
10 月	100.0(71)	46.5	47.9	5.6
2 月	100.0(73)	49.3	42.5	8.2
(14) 数学の理解がさらに深められる				
時期	全体(数)	はい	中間	いいえ
7 月	100.0(74)	45.6	50.0	4.1
10 月	100.0(71)	49.3	49.3	1.4
2 月	100.0(73)	63.0	35.6	1.4

中間 = どちらともいえない %

表 2 にあげた以外の項目でも、授業で電卓(数ナビ)を利用することには肯定的な意見が多い。

「どちらともいえない」という中間回答が半数近くを占める項目もあるが、否定的な意見がきわめて少ないことに注目すべきであろう。なお、ここでは、字数の関係で問題文を多少簡略化している。

表 3 は、このような意識を成績別にみたものである。学年末試験の共通問題に対する成績により「上位」「中位」「下位」に 3 分し、2 月の意識調査との関連性をみた。表 2 の各項目について、上段は「はい」と肯定した者、そして下段は「いいえ」と否定した者である。成績の各区分ごとの百分率で示し、「どちらでもない」に回答した者の割合は省略した。

表 3 をみると、成績下位の者でも、57.1%は「(14) 数ナビを利用すると数学の理解がさらに深められる」を肯定している。この項目を否定する者は極めて少ない。他の項目でも同様の傾向がみられ、この電卓を利用することは数学を理解する上で有効であると、成績の上下によらずに受け止められていることが分かる。

表 3: 成績別にみた授業に対する意識

項目	全体	上位	中位	下位
数	73	23	29	21
(2)	$\frac{49.3}{8.2}$	$\frac{47.8}{4.3}$	$\frac{51.7}{13.5}$	$\frac{47.6}{4.8}$
(14)	$\frac{63.0}{1.4}$	$\frac{56.5}{4.3}$	$\frac{65.5}{0.0}$	$\frac{57.1}{0.0}$

上段は「はい」、下段は「いいえ」 %

表 4 は、2 月の調査で新に設けた項目である。これをみると、成績上位者の 43.5%は、「(18) 数ナビを使うようになって、理論的なことに関心をもつようになった」としている。理論的な側面への関心が強まったことがうかがわれ、この電卓の利用により成績上位者の能力をさらにレベルアップさせることが可能であることが示唆される。

一方、成績下位者の 52.4%は「(20) 数ナビがあると難しそうな計算も自分でやってみようという気持ちになる」、47.6%は「(23) 数ナビを使うことにより前よりも数学について考えるようになった」としている。この電卓の長期使用で数学に対する意識がプラスの方向に変化したであろうことがうかがわれる。それが成績下位者の意識にも現れていることは注目すべきことである。

表 2~4 の結果から、数式処理電卓を授業で利用することは、成績の上下によらず好意的に受け

表 4: 数学に対する意識の変化

(18) 理論的なことへの関心が高まった				
	全体	上位	中位	下位
全体	100.0 (73)	100.0 (23)	100.0 (29)	100.0 (21)
はい	31.5	43.5	27.6	23.8
中間	54.8	47.8	55.2	61.9
いいえ	13.7	8.7	17.2	14.3
(20) 難しい計算もやってみる気になる				
	全体	上位	中位	下位
はい	35.6	34.8	24.1	52.4
中間	38.4	39.1	44.8	28.6
いいえ	26.0	26.1	31.0	19.0
(23) 数学を前よりも考えるようになった				
	全体	上位	中位	下位
はい	31.5	30.4	20.7	47.6
中間	54.8	60.9	65.5	33.3
いいえ	13.7	8.7	13.8	19.0

中間 = どちらともいえない (%)

とめられているといえよう。特に、大多数がこの電卓の利用で「数学の理解がさらに深められる」と感じ、成績上位者が「理論的なことへの関心が高まった」と感じていることは、この電卓が単なる計算ツールではなく、数学理解を深化させるためのツールとして受けとめられたことを示していると思われる。

4.2 数学の学習に対する不安感の変化

数学の学習で感じられると思われる「数学不安」が数式処理電卓の利用で軽減されるのではないかとの予測のもとに、6月と翌年の2月に数学不安に関する調査を行った。質問項目は既存の調査研究を参考にしながら³⁾、高専の数学の学習場面に合うよう内容変更や項目の追加・削除を行った。そして、数学の学習で感じられる不安項目として、「これから数学の授業が始まる時」、「数学のテスト勉強をする時」などの34項目を設定し、それぞれについて「全く不安ではない」、「あまり不安ではない」、「どちらともいえない」、「すこし不安である」、「とても不安である」の5件法で調査した。その回答にそれぞれ0点から4点を与え、全項目の合計得点で数学に対する不安感を測定した。調査は2回とも同じ質問紙で行った。

この全項目に対して、主成分解・バリマックス回転法による因子分析を行ない、各調査ごとにそ

れぞれ2因子(F1, F2)を抽出した。2回の調査で所属する因子が異なる項目が5項目あり、また、質問内容が重複する項目が1項目あったので、それら6項目を除いた28項目で再度同様の因子分析を行った。表5は、2月調査の結果である。数値はそれぞれの因子に対する項目ごとの因子負荷量であり、数値が大きいほど、対応する因子への依存度が高いことを示している。ただし、ここでは問題文は多少簡略化している。

第1因子(F1)は「説明を受けても分からないとき」、「解き方が分からないとき」、「数学のテスト結果が悪いとき」などのように、数学が分からないことに関連した項目に高い因子負荷がみられるので「数学理解不安」と命名する。第2因子(F2)は、「次は数学の授業だと思いつき」、「先生が教室に入ってきたとき」、「これから数学の授業が始まる時」などのように、数学の勉強が始まること

表 5: 数学不安感(2月)の因子分析結果

項目	F1	F2
説明を受けても分からないとき	.719	.251
解き方が分からないとき	.718	.211
数学のテスト結果が悪いとき	.707	.225
明日が数学のテストのとき	.661	.301
公式や定理を忘れたとき	.659	.115
テスト結果が返される時	.652	.238
先生が黒板を消したとき	.640	.203
公式の意味が分からないとき	.618	.181
数学のテストを受けるとき	.615	.300
宿題をやってこないとき	.598	.095
テスト範囲が広いとき	.583	.410
先生の質問に答えるとき	.582	.337
数学の授業を欠課したとき	.530	.217
分からない問を友が解いたとき	.370	.364
次は数学の授業だと思いつき	.157	.811
先生が教室に入ってきたとき	.140	.750
これから数学授業が始まる時	.179	.750
先生が板書を始めたとき	.038	.732
方程式の解法の時	.223	.724
数学で新しい章に入るとき	.207	.650
文字式の計算の時	.321	.573
数学の課題を出されたとき	.435	.572
関数のグラフをかくとき	.278	.554
数学のテスト勉強をする時	.386	.531
分数などの数値計算の時	.198	.511
自分で数学の勉強をする時	.239	.500
1週間後にテストがある時	.420	.493
専門科目で数学が使われたとき	.445	.462

に関連する項目で高い因子負荷がみられるので「数学学習不安」と命名した。そして、「数学理解不安」と「数学学習不安」の合計得点を「数学不安」とした。

表 6 は、この調査を 2 回とも受けている学生について、電卓使用の有無でこれらの不安感がどのように変化するかをみたものである。表 5 の 2 因子を構成する各項目に対して、それらの項目への回答の仕方により 0~4 点を付与し、各因子ごとの合計点を求めた。表 6 は、電卓の使用・非使用クラス別の平均値を示したものである。

これをみると、数学理解不安の変化には電卓使用の有無による差はみられない。微分積分の授業は時期を追うごとに内容が難しくなっていくと思われるが、数学理解不安は、電卓使用の有無によらず低下している。本校の調査では、数学に限らず、全般に学年が上がるにつれて成績や試験に対する関心が薄れていく傾向がみられるので⁴⁾、そのような傾向と関連しているのかもしれない。

それに対して数学学習不安は、電卓非使用クラス(81名)では2月は6月より増加しているのに対し、電卓使用クラス(74名)では逆に減少している。この変化には有意差(有意水準5%)が認められた。電卓の長期使用により、数学学習不安が軽減されたのではないかと思われる。

表 6: 電卓使用の有無と数学不安感の変化

電卓	調査 時期	理解 学習		数学 不安
		不安	不安	
非使用 81名	6月	42.62	23.09	65.70
	2月	39.90	23.96	63.86
使用 74名	6月	42.35	24.69	67.04
	2月	39.66	22.93	62.59

表 7 は、数学学習不安の変化を学年末試験の共通問題の成績別にみたものである。電卓の使用、非使用クラスごとに、それぞれの成績を「上位」「中位」「下位」に3分し、2度とも調査を受けた学生について数学学習不安の平均を示した。

表 7: 成績別にみた数学学習不安の変化

電卓		全体			
		上位	中位	下位	
非使用	数	81	25	36	20
	6月	23.09	23.40	21.22	26.05
	2月	23.96	22.80	23.39	26.45
使用	数	74	23	28	23
	6月	24.69	21.48	23.82	28.96
	2月	22.93	21.30	20.04	28.09

これをみると、電卓の使用の有無によらず、成績下位群の数学学習不安はきわだって高い傾向が認められる。成績下位群では、電卓使用の有無により若干逆の変化が見られる。成績中位群でも、電卓使用クラスと非使用クラスとでは逆の変化が認められる。特に、電卓使用クラスの成績中位群の数学学習不安の低下は有意(有意水準5%)である。以上のことから、電卓の使用の有無による数学学習不安の変化は、主に成績中位群の変化に依存しているといえよう。

4.3 電卓操作の習熟度別にみた意識

貸与された電卓を利用して数学の理解を深めるには、その電卓を使いこなせることが前提となる。せっかく長期貸与されても、使用方法が分からないと宝の持ち腐れに等しい。

そこで、電卓の操作にどの程度習熟したかを調べるため、「表示されたグラフを拡大・縮小することができる」「関数の導関数を求めることができる」「グラフの x, y 座標を表で表示させることができる」などの項目をあげて、その操作ができるかどうかを「はい」「いいえ」の2件法で調査した。そして、「はい」と回答した項目の数で電卓操作の習熟度を測定し、2月調査の結果をもとに全体を「良好」「中間」「不良」の3つに区分した。

表 8 は、その習熟度区別に、電卓を利用した授業に対する意識(2月)との関連性をみたものである。これをみると、どの習熟度区分でも半数以上は「(14) 数ナビを利用すると数学の理解がさらに深められる」ことを肯定している。そして、電卓の操作によく習熟した者ほど、「(18) 数ナビを使うようになって、理論的なことへの関心が高まった」と答えている。

表 8: 操作習熟度と電卓利用授業への意識

(14) 数ナビ利用で理解がさらに深められる				
習熟度	全体(数)	はい	中間	いいえ
不良	100.0(24)	58.3	41.7	0.0
中間	100.0(27)	51.9	44.4	3.7
良好	100.0(22)	72.7	27.3	0.0

(18) 理論的なことへの関心が高まった				
習熟度	全体(数)	はい	中間	いいえ
不良	100.0(24)	25.0	54.2	20.8
中間	100.0(27)	7.4	81.5	11.1
良好	100.0(22)	68.2	22.7	9.1

%

表9は、電卓の操作習熟度と成績との関係を見たものである。成績が良くなるほど電卓の操作習熟度も上がる傾向が認められる。

表10は、電卓の操作習熟度と数学の授業に対する意識との関連性を2月調査に対して見たものである。これをみると、「(13) 数ナビを使わないで普通の授業をしてほしかった」は操作不良群においてさえ、その半数以上が否定している。操作不良群は、うまく操作はできなかったが、この電卓を利用すると数学の理解が深められると感じていることを示していると思われる。

表9: 成績別にみた電卓操作習熟度

成績	全体(数)	不良	中間	良好
下位	100.0(21)	52.4	38.1	9.5
中位	100.0(29)	31.0	41.4	27.6
上位	100.0(23)	17.4	30.4	52.2

%

表10: 操作習熟度と授業に対する意識

(13) 数ナビを使わない普通の授業をしてほしい

習熟度	全体(数)	はい	中間	いいえ
不良	100.0(24)	20.8	25.0	54.2
中間	100.0(27)	7.4	40.7	51.9
良好	100.0(22)	4.5	27.3	68.2

%

5. まとめ

以上の調査結果により、数式処理電卓を約1年間長期貸与して授業で使用することは、学生が微積分を理解する上で効果があり、数学の学習に対する学生の不安感を減少させていることが認められる。特に、成績中位の学生に対する効果が大きい。操作に習熟した者ほど大きな効果がみられるが、その習熟度には成績との関連性がみられる。うまく使えなかった学生においても、この電卓の使用を否定する者は少い。特に、成績の上下や操作の習熟度によらず、この電卓の利用で数学の理解が深まると考える者が多い。成績上位の者ほど理論的な側面への関心が高まり、成績の下位の者でも数学について前より考えるようになり、難しい計算を恐れなくなっている。

このように、この電卓の長期使用は、いろいろな側面での効果が見込まれる。成績上位の者がこの電卓を活用すれば、相当高度のところまで自力で到達する可能性もある。成績中位の者は、数学の学習が始まるこ

とに対する不安感が成績上位者と同レベルにまで軽減されている。授業運営において、この変化のもつ意味は大きい。また、成績下位の者にとっては、分からなかった箇所が分かるようになる可能性を持つツールである。しかし、成績下位者は操作習熟度が不良の割合も高いので、その指導には特に留意が必要であろう。

いずれにしろ、この電卓の使用を否定する者は極めて少数である。成績の上下や操作習熟度の良・不良によらず、いずれも半数以上が「数ナビを利用すると数学の理解がさらに深められる」と答えていることは驚くべきことである。これまでの数学教育において、これ程の効果を示すツールが果たして存在したであろうか。

世界ではグラフ電卓が数学教育に取り入れられてすでに久しい。それは数学教育に革命を引き起こすとも言われているが、この1年間の授業経験と学生の反応は、これが決して誇張ではないことを示している。数式処理電卓は工学での利用も可能であり、工学系科目でも同様の効果が期待される。この電卓は、高専教育においてこそ大いに活用されるべきツールである。

6. おわりに

この電卓を学生個々に貸与した授業を行うにあたっては、平成12年度の本校電気工学科と物質化学工学科の2年生の協力を得た。利用した数式処理電卓は、テキサスインスツルメント社より貸与を受けたものである。また、定期試験の共通問題の実施においては、本校の高橋知邦助教授にご協力いただいた。いずれも、ここに深甚なる感謝の意を表する。

参考文献

- (1) 梅野善雄: グラフ電卓が切り開く数学教育の新世界, 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌, 第7巻, 第1号, pp.1-20, 2000
- (2) 梅野善雄: 数式処理電卓を利用した微積分教育の改善, 日本数学教育学会高専・大学部会論文誌, 第8巻, 第1号, pp.13-30, 2001
- (3) 藤井義久: 数学不安尺度(MARS)に関する研究, 教育心理学研究, 第42号, 第4号, pp.86-92, 1994
- (4) 梅野善雄: 高専入学後の学業意識の推移と技術者志向, 高専教育, 第14号, pp.174-181, 1991