

グラフ電卓を用いた高専での数学教育

一関高専 梅野善雄

グラフ電卓の活用に向けた高専の動き

金沢高専 平成 8 年度よりグラフ電卓 (TI-83) を新入生に購入させ、数学・物理を融合させた先駆的な授業を実践中。複数教官で対応

石川高専 平成 11 年度に数式処理電卓 (TI-89) を購入。平成 12 年度から学生に貸与して実践中

福井高専 平成 12 年度の新入生全員に数学科として TI-89 を購入させ、複数教官で実践中

一関高専 平成 11 年度に TI-89 を購入。平成 12 年度には 2 クラス分の TI-89 の長期貸与も受け、2 年の微積の授業で実践中

数ナビ活用研究会

- 数式処理可能なグラフ電卓は、従来の「電卓」の範疇を超える。それは数学を探究するときの思考のツールであるということから「数学ナビゲータ」(「数ナビ」と略称)と命名
- 命名者は、石川高専の阿蘇和寿先生
- その活用の仕方や実際の教材等は、メーリングリストを通して随時報告されている
mathnavi@ishikawa-nct.ac.jp
- 高専の教官が中心になっているが、高校の先生も参加。現在、全国から 30 数名が参加している

高専教育の特色

- 中学校卒業後からの 5 年間の一貫した技術者教育
- 専門科目は学年が上がるにつれ増加。3 年では半数が専門科目
- 専門科目の内容は大学工学部におけるものと同等
- 工学の専門科目では数学 (特に微積分) が必須
- 就職先の大部分 (7~8 割前後) は製造業
- 近年は大学 3 年への編入も増加傾向

高専における数学教育

- 工学の専門科目では数学の使用頻度が高いので、数学の教授内容を簡単には変更できない
- 教授内容は、高専創設時と比較してあまり変化がない
- 3 年では 2 変数の微積と微分方程式までが教授される
高専によっては、複素関数論や確率・統計も教授
- 4 年では、応用数学 (ベクトル解析、複素関数論、フーリエ解析、ラプラス変換) を教授

各学年の内容 (「大日本図書」の場合)

1 年 (6 単位) 数と式の計算、方程式と不等式、関数とグラフ指数関数と対数関数、三角関数 (加法定理まで)、図形と式、数列と場合の数

2 年微積 (4 単位) 微分法 (逆三角関数も含む)、微分法の応用 (凹凸、不定形の極限值まで)、積分法、積分法の応用 (表面積、広義積分まで)

2 年代数 (2 単位) ベクトル、行列、行列式、行列の応用

3 年微積 (3 単位) 級数、微分方程式 (定数係数非同次)

3 年解析 (2 単位) 偏微分、重積分 (広義積分、曲面積)

高専での数学の教授スタイル

計算中心

- 専門科目で現れる数学の計算ができるようにさせることが必要
- 計算せよ、解け、描け、微分せよ、積分せよ
- 教授している項目の習得を図るための問題が多く、既習事項を総動員した問題が少い

教師中心

- 教師が黒板で説明し、学生がそれを板書する
- 教師が例題を解き、その後に問題演習を課す
- 多くの学生は、教師の指定した問題しかやらない

数式処理電卓が可能とする数学教育

グラフ機能を活用すると

- グラフ、式、数値を通した総合理解を可能とする
- 数学上の本質的な概念を容易に伝達できる

数式処理機能を活用すると

- 答が簡単な問題である必要はない
- 式の規則性を発見させることが可能

それらを複合的に利用すると

- 定理・公式を学生に発見させることが可能
- 数学的な試行錯誤や探究をさせることが可能

実際の授業例 -1-

極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

- $y = \sin x, y = x$ のグラフを表示させ、原点を中心に拡大させる
- 何度か拡大すると、2 つのグラフは 1 直線に重なる
- 比が 1 に近づくことは一目瞭然
- 座標データを表に変換すれば、数値の上からの確認もできる

実際の授業例 -3-

定積分の定義 $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\Delta x_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n f(\xi_k) \Delta x_k$

- $f(x) = x^2$ を区間 $[0, 1]$ で考える
- 2, 3, 4 等分した場合の長方形の面積を自分で計算させる
- n 等分したときの式はどうなるか

- 数式処理電卓に $s(n) = \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$ を定義
- $n \rightarrow \infty$ のとき $s(n)$ の収束をグラフで確認
- 数式処理電卓で $s(n)$ を表示させ、 $n \rightarrow \infty$ のときの極限值を自分で計算させる

実際の授業例 -4-

微積分の基本定理 $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x)$

- $f(t) = t^2$ を区間 $[0, x]$ ($x > 0$) で考える
- n 等分したときの $s(n)$ に相当する式はどうか
- 電卓に $s(n, x) = \sum_{k=1}^n f\left(k \cdot \frac{x}{n}\right) \frac{x}{n}$ を定義する
- 数式処理電卓に $g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} s(n, x)$ を定義する
- 数式処理電卓に $g(x)$ の結果を表示させる
- $f(t)$ の式をいろいろ変えて $g(x)$ を表示させ、 $f(x)$ と $g(x)$ との関係を考えさせる

学生の反応

数ナビに関する意識	YES		NO
よけい分からなくなる	8.5%	35.2%	56.3%
授業はおもしろい	46.5%	47.9%	*5.6%
普通の授業をしてほしい	7.0%	47.9%	45.1%
理解がさらに深められる	49.3%	49.3%	*1.4%
前よりおもしろくなった	31.0%	60.6%	8.5%
前より分かるようになった	42.3%	52.1%	*5.6%
難しい内容も簡単に見える	32.4%	47.9%	19.7%

(平成 12 年 10 月下旬調査、一関高専 2 年生 71 名)

高専における数式処理電卓の有効性

高専では数学が専門科目で駆使されるので、この電卓は高専の全学年で有効活用できる。

- 1 年では関数の性質を理解させるのに有効 (資料参照)
- 2 年では微分・積分の概念を理解させるのに有効
- 3 年では級数展開や微分方程式を理解させるのに有効
- 4 年で応用数学の理解に有効。この電卓の数式処理機能は、応用数学でも利用可能 (資料参照)
- CBL を通した実データの収集・解析が容易
この面で最も実践があるのは金沢高専

数式処理電卓を活用した学生の発見

数式処理電卓を利用すれば、学生は数学上の試行錯誤や、数学的な探究を行うことができる

- 新入生に、2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを係数を変えながら TI-89 で描かせてグラフの特徴を考察させると、2 次関数について教師が教えるべきことの大部分を学生に指摘されてしまう (福井高専)
- 新入生に、数式処理電卓を利用して $x^n - 1$ の因数分解をさせ、自然数 n と因数分解した式の形との対応関係を考察させると、相当高度のことまで学生は気づいてくる (清風高校、石川高専、福井高専)

数学的思考力の強化に有効

有能な工学技術者になるには

- 多様な条件から必要事項を探り出す分析力が必要
- そのような能力は、数学的思考力

数式処理電卓を活用すると

- グラフを通した総合的な理解が可能
- 数学に関する試行錯誤や探究をさせることが可能
- その作業は数学的思考力を著しく進展させる
- 日本で最も進んでいるのは大阪の私立清風高校。
具体的な実践例は <http://seifu.ac.jp/math/mtt.html>

清風高校の生徒の発見例

テイラー展開についての探究 (詳細は HP 参照)

- $\sin x$ のテイラー展開で、 $[-\pi/2, \pi/2]$ の部分は $h(x) = x - \frac{x^3}{6}$ で近似される。そして、
- 他の部分はそれを対称変換や平行移動したものであることに気づいたある生徒が、独自で
- $h(x)$ だけを使って $\sin x$ を再現することに挑戦し、次の関数を得る。 $[x]$ はガウスの記号である。

$$(-1)^{\left[\frac{x+\frac{\pi}{2}}{\pi}\right]} \times h\left(x - \pi \left[\frac{x+\frac{\pi}{2}}{\pi}\right]\right)$$

具体的実践上の問題点

教室利用の限界 教室だけの利用で使い方に習熟するのは難しい。学生購入か長期貸与が理想

電卓の価格 安価ではない。簡単に個人購入させられない

教授学年 1 年から少しずつ習熟させるのがベスト

使用教科書 使用法を試行錯誤で検討せざるをえない

学生の能力差 電卓の操作になじめない学生への対応

時間の捻出 単純計算の練習時間を簡単には省略できない

教師側の意識 日常の公務の傍らの新規の教材作り

まとめ・今後の展望

- グラフ電卓を活用した数学教育は、学生に「数学そのもの」を味合わせることを可能とし、数学が本来目指していた教育が可能になると思われる。
- 高専ばかりではなく、中学、高校、大学の数学教育においても非常に有効と思われる。
- 関心を抱いた個人の実践には限界がある。
- グラフ電卓の活用に関する共通意識の形成。予算上の処置。具体的な教材例の収集。
- この電卓の具体的な活用法に関する大規模プロジェクトが是非とも望まれる。